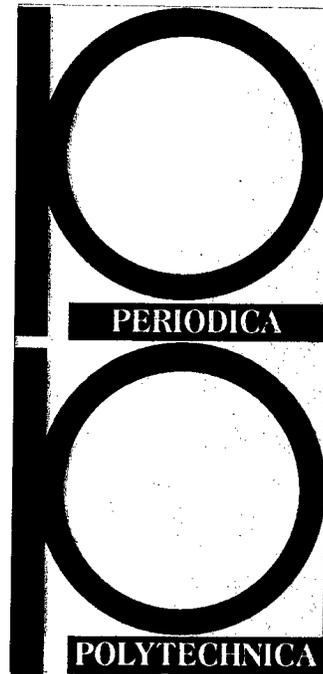


PERIODICA POLYTECHNICA CIVIL ENGINEERING



PB99-102303

TECHNICAL UNIVERSITY OF BUDAPEST



**Vol. 42. No. 1.
1998**

REPRODUCED BY:
U.S. Department of Commerce **NTIS**
National Technical Information Service
Springfield, Virginia 22161

PERIODICA POLYTECHNICA

A contribution to international technical sciences, published by the Technical University of Budapest
in six separate series, covering the following sciences:

Chemical Engineering
Civil Engineering
Electrical Engineering and Informatics
Mechanical Engineering
Social and Management Sciences (Earlier: Humanities and Social Sciences)
Transportation Engineering

UNIVERSITY LEADERS:

Á. DETREKŐI, Rector Magnificus
J. GINSZTLER, Vice Rector for International Relations
GY. HORVAL, Vice Rector for Research Activities
F. VÖRÖS, Vice Rector for Education
B. PETRÓ, Dean of the Faculty of Architecture
M. KUBINYI, Dean of the Faculty of Chemical Engineering
GY. FARKAS, Dean of the Faculty of Civil Engineering
L. PAP, Dean of the Faculty of Electrical Engineering and Informatics
K. MOLNÁR, Dean of the Faculty of Mechanical Engineering
GY. CSOM, Dean of the Faculty of Natural and Social Sciences
É. KÖVES-GILICZE, Dean of the Faculty of Transportation Engineering

GENERAL EDITOR OF PERIODICA POLYTECHNICA:

F. WETTL

Technical editor of Periodica Polytechnica:

M. Tarján-Fábry

CIVIL ENGINEERING SERIES:

Published twice a year

EXECUTIVE EDITORIAL BOARD:

Chairman: **J. MEGYERI**

Secretary: **G. ÖLLÖS**

Members: **J. ÁDÁM, ZS. PÁPAY,**

P. PLATTHY, G. J. SZÉKELY

Contributions in civil engineering should be sent to the address of the journal:

TECHNICAL UNIVERSITY OF BUDAPEST

Periodica Polytechnica

Civil Engineering

H-1521 Budapest, HUNGARY

Telefax: + 36 1 463-3041

For subscriptions please contact "Andreas Hess" Ltd. (Mail: P.O.B. 290, Budapest III, H-1300; Telefax: +36 1 250-2188) or its representatives abroad.

Exchange copies should be requested from the International Exchange Department of the Central Library of the Technical University of Budapest (II-1111 Budapest, Budafoki út 4.; Telefax: + 36 1 463-2440).

Periodica Polytechnica, Civil Engineering Series is abstracted/indexed in: Engineering Index; International Civil Engineering Abstracts; Fluid Abstracts: Civil Engineering; Fluid Abstracts: Process Engineering. Data bases: Compendex Plus; Citis CD-ROM; Fluidex.

Published by the Technical University of Budapest, Hungary, with the financial help of the foundation "Ipar a korszerű mérnökképzésért" (Industry for Modern Education in Engineering).

HU ISSN: 0553 6626

PERIODICA POLYTECHNICA

CIVIL ENGINEERING

Vol. 42 * No. 1 * 1998

TECHNICAL UNIVERSITY
BUDAPEST

PRINTED IN HUNGARY
LIGATURA LTD - ÁFÉSZ PRESS, VÁC

DYNAMISCHE PRÜFUNG DES EISENBAHNOBERBAUS IM SYSTEM FAHRBAHN-FAHRZEUG

Tamás HAVADY

Department of Railway Engineering
Technical University of Budapest
H-1111 Budapest, Hungary
Fax: +36 1 463 3054, email: thavady@epito.bme.hu
Phone: +36 1 463 1154

Eingegangen: July 10, 1997

Abstract

The article deals with the dynamic model of the railway track superstructure in the track-vehicle system when the dynamic model includes besides the track the vehicle, too. After introducing the problems of the track-vehicle system, the present method used for dimensioning tracks is represented and analysed, and finally the well applicable discrete dynamical plane model for tracks is presented.

This model consists of rail, sleeper, ballast, simplified model of moving vehicle, and important elastic and damping effects occurring in and between them. The mathematical handling of this system is complicated by the involvement of a vehicle model, however, this is its greatest advantage, too, i.e. the real conditions can be approached more precisely than with a dynamic model describing only the track.

Keywords: track-vehicle system, dynamic model.

1. Einleitung

Es wird die mit den vertikalen Bewegungen der Eisenbahn und des Radatzes verbundene gemeinsame dynamische Untersuchung dargestellt, mit besonderer Rücksicht auf die Bewegungs- und Belastungsverhältnisse der Eisenbahnstrecke.

Zuerst wird die Problematik des Systems Fahrbahn-Fahrzeug behandelt, danach wird das zur Zeit zur Bemessung des Oberbaus am meisten angewandte Modell zusammengefaßt, schließlich beschäftigt sich der Autor mit einem, das dynamische Verhalten des Systems Fahrbahn-Fahrzeug gut beschreibenden Fahrbahn-Modell [1, 2]. Das Studium dieses System-Modells hat den Zweck, die infolge der Wechselwirkungen zwischen der Fahrbahn und dem Fahrzeug in der Fahrbahn auftretenden Beschleunigungen, Geschwindigkeiten und Verschiebungen sowie auf Grund derselben Beanspruchungen zu bestimmen. Mit deren Hilfe können die Schienen, die Querschwellen, die Befestigungsanlagen bemessen und die gegenüber dem

Schotterbett gestellten technischen Anforderungen auch genauer umrissen werden.

Auf Grund des Obigen kann man einsehen, daß in Untersuchung der dynamischen Vorgänge der Fahrbahn bzw. des Fahrzeuges einen bedeutenden Qualitätsfortschritt allein die im System Fahrbahn-Fahrzeug gemeinsam durchgeführte Prüfung ergeben kann.

2. Das System Fahrbahn-Fahrzeug

Im Eisenbahnbetrieb gibt es viele solche Aufgaben, die entweder innerhalb eines Fahrzeuges oder einer Fahrbahn stattfinden und ebendort gelöst werden können. Jedoch befindet sich eine Menge solcher Probleme, die wechselseitig sowohl auf die Bahn als auch auf das Fahrzeug einwirken. Die letzteren können ausschließlich in einer gemeinsamen Anschauung bzw. Behandlung der beiden Subsysteme gelöst werden. Deshalb ist es notwendig, die beiden Systeme als solche einzige Struktureinheit zu betrachten, worin sich die Fahrbahn und das Fahrzeug als Subsysteme miteinander in Wechselwirkung befinden [3].

Nimmt man eine idealisierte, geometrisch vollkommen definierte Fahrbahn bzw. deren Oberbau, mit homogener Elastizität in den Längs-, Quer- und Vertikalrichtungen sowie mit einer homogenen Dissipations-(Energieabsorptions-)Fähigkeit in den Längs-, Quer- und Vertikalrichtungen und mit einer homogenen Inertial-Eigenschaft an, so erfährt man, daß infolge des Beiseins des Spurspielraums und des Anlaufwinkels sowie infolge des Unterschieds des Halbmessers und der Konizität der Rädersonhle aus der Selbsterregung stammende Quervibrationen entstehen können [1]. Nämlich können sich unterschiedliche Halbmesser der Laufkreise bei dem seitlich verschobenen Radsatz auf den seitlich verschobenen Schienensträngen ausbilden, weiters kann die Verdrehungsebene des Radsatzes einen vom Null abweichenden Winkel annehmen. Solcherweise verändern sich die Berührungsverhältnisse der Laufflächen der Schiene und des Radkranzes, es bildet sich ein Rückschubeffekt aus und infolgedessen entsteht ein von der gleichmäßigen Bewegung abweichender Bewegungsvorgang.

Gleichzeitig verursacht das sich mit dem Fahrweg in Wechselwirkung befindliche Fahrzeug eine Fahrwegdeformation. Jedoch ruft die durch die Belastung hervorgerufene Verformung der Fahrbahn noch eine weitere Änderung hervor, bzw. die Laufflächen der Schiene sich nicht nur verschieben, sondern sie verdrehen sich auch um die Schwerpunkt-Längsachse der Schiene. Infolgedessen ändern sich die kontaktmechanischen Bedingungen, und demgemäß müssen weitere Änderungen in dem Bewegungszustand des Radsatzes infolge der neueren hinzukommenden Einwirkungen eintreten.

Schon auch aus dem Vorhergehenden ist die strenge Wechselwirkung der Fahrbahn und des Fahrzeugs offensichtlich. Eine weitere Änderung

kommt infolge der in den waagerechten und in den vertikalen Ebenen befindlichen Gleiskrümmungen, d.h. aus der Tatsache vor, daß die Fahrbahnachse mit Hilfe einer Raumkurve beschrieben werden kann. Nämlich tritt eine zentripetale Beschleunigung im Falle einer Fahrbahn mit einer von Null abweichenden Krümmung auf. Infolge der sich ausbildenden Zentrifugalkraft führen die von den Radsohlen auf die Schienen übergebenen abweichenden Kräfte zu weiteren abweichenden Verformungen der beiden Schienenstränge, wodurch sich die Berührungsverhältnisse der Fahrbahn und des Fahrzeugs verändern, demzufolge eine weitere Veränderung des Bewegungszustands des Fahrzeugs entsteht. Demgemäß, wie auch vorher, tritt wiederum eine hin- und zurück wirkende Wechselbeanspruchung auf. Weitere Probleme bedeuten die in dem Oberbau befindlichen verschiedenen Gleisvorrichtungen wie z.B. Weichen und Schienenstöße. Nämlich kann man auf solchen lokalen Störstellen in der Kontinuität der dynamischen Vorgänge des Fahrbahn-Fahrzeug Systems mit spezifischen dynamischen Reaktionsvorgängen rechnen.

Die Kräfteübertragung zwischen den beiden Systemen erfolgt an den Grenzen derselben und zwar auf den Laufflächen der Schienen. Die Form dieser Kontaktfläche ist in einer strengen Abhängigkeit von den Krümmungsverhältnissen der Laufflächen des Rades und der Schienenfläche, deshalb ist durch die Abnutzung derselben stark beeinflusst. Die Größe der Kontaktfläche beträgt ungefähr $1,5 \text{ cm}^2$. Auf dieser Fläche wirkt auch noch das sogenannte Bohrkriechmoment außer den Längs-, Quer- und Vertikalkomponenten. Die auf der Kontaktfläche entstehenden relativen Verschiebungen können durch die Längs- und Querkriechen (mit der spezifischen Gleitgeschwindigkeit) bzw. durch das Kriechen um die Berührungsnormale (mit der spezifischen Gleit-Winkelgeschwindigkeit) charakterisiert werden.

Davon ist es ersichtlich, daß während der Durchfahrt des Fahrzeugs durch die Strecke äußerst komplexe dynamische Vorgänge stattfinden. Die in der Fahrbahn auftretenden Kraftwirkungen können mit Hilfe eines entsprechend aufgebauten dynamischen System-Modells annähernd beschrieben werden. Auf diese Grundlage können die sich in den einzelnen Konstruktionsteilen entwickelnden Beanspruchungen kalkuliert, die Schienen, Schwellen, Schienenbefestigungsanlagen bemessen und die an die Schotterbettung gestellten Forderungen können auch genauer bestimmt werden. Der Kräfteverlauf übt danach den Gesetzmäßigkeiten des Systems entsprechend selbstverständlich eine Rückwirkung auf das andere Subsystem, d.h. auf das Fahrzeug aus. Das Eisenbahnfahrzeug erhält infolge der auf der Radkranzsohle stattfindenden Kraftübertragung von der Fahrbahn eine Erregung. Zur dynamischen Prüfung der Strukturelemente des Fahrzeugs ist die Kenntnis dieser Erregungskraft wichtig. Zu diesen dynamischen Prüfungen ist schon ein erweitertes Generalmodell des Systems Fahrbahn-Fahrzeug erforderlich. Die Berechnung der Fahrzeugschwingungen bietet sich nicht nur zur Bemessung der Strukturelemente, sondern dadurch können auch die

Reisebequemlichkeit, Güteraufbewahrung in Betracht genommen und die Beobachtungen auch sogar auf das Gebiet der Unfallverhütung erweitert werden.

Aufgrund des Obigen ist es leicht einzusehen, daß in den fahrbahn- bzw. fahrzeugdynamischen Untersuchungen eine bedeutende Qualitätsbeserung nur durch dynamische Prüfungen beider Untersysteme in einer gemeinsamen, komplexen Untersuchung erreicht werden kann.

3. Das zur Bemessung des Eisenbahnoberbaus bisher benutzte Modell

Im Eisenbahnbau wird die statische Bemessung schon seit langem mit Hilfe der Zimmermannschen sog. Ersatz-Langschwelen-Berechnung durchgeführt [4]. Dieses Verfahren wurde von Zimmermann im Jahre 1888 auf der von Winkler im Jahre 1875 aufgestellten Grundformel stützend ausgearbeitet. Das Wesen des Verfahrens ist wie folgt.

In der Wirklichkeit sind beide Schienenstränge durch die Querswellen elastisch unterstützte kontinuierliche Träger und zwar mehrhaft unbestimmte Träger, da die Zahl der unabhängigen Gleichgewichtsgleichungen weniger als die Zahl der unbekanntenen Stützkräfte ist. Deshalb soll je eine Langschwelle unendlicher Länge zur einfachen Bestimmung der zur Berechnung erforderlichen Durchbiegungs- (Eisenkungs-) und der Moment-Einflußlinien von den einzelnen Querswellen unter den beiden Schienen hergestellt werden. Diese Berechnung wurde unter der Annahme durchgeführt, daß die Auflagefläche der zur gegebenen Querschwelle gehörigen Ersatz-Langschwelle mit der Auflagefläche der Querschwelle identisch ist. Auf diese Weise wurde unter dem Schienenstrang eine einzelne (fiktive) Langschwelle zustande gebracht. Im Interesse der Ersatzbarkeit ist es erforderlich, daß der Unterschied zwischen der Verformung des wirklichen Querswellengleises und der Verformung des durch die theoretische Ersatzschwelle unterstützten Gleises minimal sei. Danach wird die Durchbiegungsfunktion des Längsbalkens aufgeschrieben, die eine Differentialgleichung dritter Ordnung sei. Nach der Lösung dieser Differenzialgleichung kann man schließlich die gesuchten Durchbiegungs- und Moment-Funktionen sowie die Einflußfunktion der von der Schienensohle übertragener Kraft aufschreiben. Alle drei Einflußfunktionen können in geschlossenen Formen aufgeschrieben werden. Obgleich sie nur die Funktionen der Radlast und der Gleiselastizität sind, können die Beanspruchungen auf diese Weise schnell und leicht ermittelt werden. Eben darin liegt der Vorteil dieser Methode.

Bisher hat man nur die Einwirkung der statischen Belastung geprüft und – unter anderem – hat man auch die Stetigkeit der Schotterbettung angenommen. Jedoch wird die Fahrbahn in der Wirklichkeit durch dynamische Belastung beansprucht. Das heißt, daß sich die Kennwerte des

Fahrbahn-Fahrzeug-Systems in der Abhängigkeit von den Fahrbahnkennwerten und zwar nach der Elastizität des Gleises, damit auch der Breite der Ersatzschwelle, der Feder und der Schwingungs-, Dämpfungs-Konstante des Fahrzeugs ändern. Die tatsächliche Fahrbahn und die Fahrzeuge sind immer durch Fehler belastet, demzufolge ruft das auf dem wirklichen Gleis bewegliche Fahrzeug sowohl im Gleis als auch in sich selbst – auf die im Punkt 2 dieser Abhandlung beschriebene Art – komplexe Bewegungen, selbsterregte Schwingungen hervor, die Beschleunigungen, erregte Kräfte ergeben. All dies hatte zur Folge, daß die von Eisenmann (Technische Universität München) durchgeführten zahlreichen Beanspruchungsmessungen ausgedehnte Streuung erwiesen, die mit der Erhöhung der Geschwindigkeit der Fahrzeuge zunahm [5]. Darin liegt der Fehler des originalen Zimmermannschen Verfahrens und ist es davon zu sehen, daß die fahrbahndynamischen Aufgaben nur im System Fahrbahn-Fahrzeug, gelöst werden dürfen.

Jedoch erwiesen die Versuche auf diesem Gebiet, daß die Mittelwerte der Versuchsergebnisse in einer guten Übereinstimmung mit den durch das Zimmermannsche Verfahren erhaltenen Werten sind. Deshalb wird heute bei der Bestimmung der maßgebenden Beanspruchungen auch die vom Zustand des Gleises und der Geschwindigkeit des Fahrzeugs abhängige Streuung mit mathematisch-statistischen Verfahren in Betracht genommen.

Im Vorhergehenden wurde das beim Eisenbahnbau allgemein angewandte quasidynamische Modell vorgestellt. Im weiteren wird solch ein dynamisches Modell behandelt, das zur Berechnung der Fahrbahn in der Gemeinschaft des Systems Fahrbahn-Fahrzeug angewandt werden kann.

4. Das diskretisierte Fahrbahnmodell

Zur dynamischen Untersuchung der Fahrbahn im System Fahrbahn-Fahrzeug stehen uns mehrere sehr einfache dynamische Modelle [1] zur Verfügung, die aber allzusehr die Vereinfachung der Fahrbahn übertreiben. Zwar ein vielmehr verwickeltes, die Fahrbahn weitaus genauer beschreibendes, zugleich aber auch mathematisch behandelbares Modell ist das völlig diskretisierte ebene Fahrbahnmodell. Zu den Untersuchungen kann dieses Modell wie folgt hergestellt werden (*Abb. 1*).

Betrachten wir einen Streckenabschnitt mit einer Länge von neun Querschwellenfächern. Auf diesem Abschnitt befinden sich im Falle von 60 cm Schwellenabstand $n_a = 10$ Querschwellen je von einer Masse m_a . Es ist vorausgesetzt, daß die Querschwellen durch elastische und dissipative

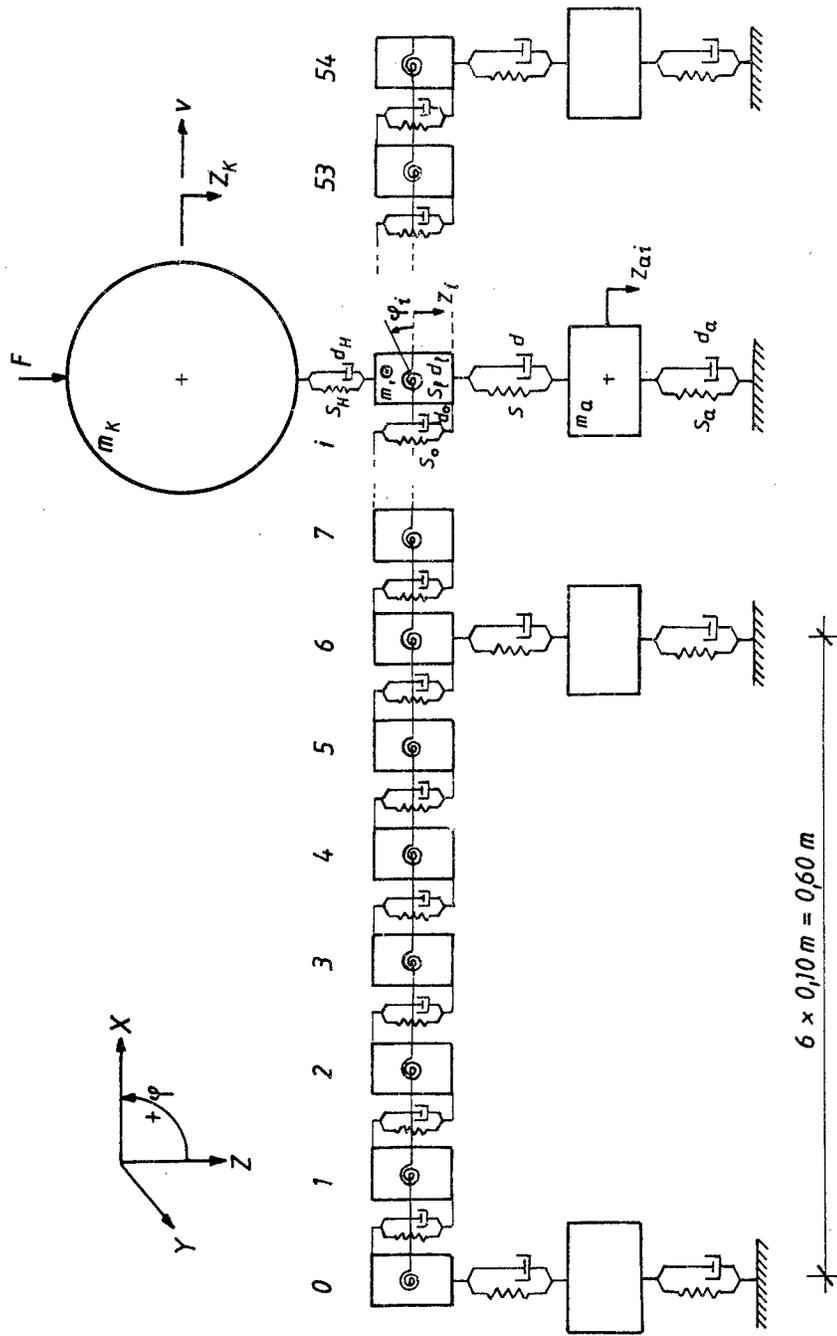


Abb. 1. Das diskretisierte dynamische Systemmodell

Kräftewirkung (s_a und d_a , bzw. s und d) darstellende parallelgeschaltene Feder- und Dämpfungselemente verknüpft sind. Die Querswellen können nur im vertikalen Sinne verschoben werden, d.h. sie sind Elemente von einem Freiheitsgrad. Nun unterteilt man den zu prüfenden Abschnitt in 10 cm lange Abschnitte (der Masse m pro Stück), damit erhält man über jeder Querschwelle ein Stück und in jedem Schwellenfach 5, d.h. insgesamt $n_s = (n_a - 1) \cdot 6 + 1 = 55$ Schienenstücke. Die vertikale relative Verschiebung wird durch die zwischen den Schienenstücken befindlichen, parallel angeordneten Feder (s_0) und durch die Dämpfungselemente (d_0) zugesichert, während die durch die in der Vertikalebene entstehende Durchbiegung verursachte relative Verdrehung im Vergleich mit den anderen einzelnen Schienenstücken ebenfalls durch parallel angeordnete Spiralfeder (s_l) und Dämpfungselemente (d_l) ermöglicht ist. Wie man sieht, können sich die Schienenabschnitte im vertikalen Sinne verschieben, und in der vertikalen Ebene verdrehen, demgemäß ist die Größe deren Freiheitsgrades zwei. Schließlich kann die Kraftübermittlung von dem sich auf der Schiene bewegendem Fahrzeugrad (Masse m_k) mit Hilfe der parallel geschalteten Feder Hertzschens Kennlinie (s_h) und mittels des Dämpfungselements (d_H) gelöst werden. Die dynamischen Einwirkungen der weiteren Bestandteile des Fahrzeugs im Zusammenhang mit dem behandelten Modell werden nicht erörtert. Die von den anderen Bestandteilen des Fahrzeugs übermittelten Kräfte werden durch auf das Rad wirkende vertikale Erregungskraft F ersetzt. Das Rad kann sich im dynamischen System außer der Fahrt im waagerechten Sinne nur im vertikalen Sinne verschoben werden, deswegen ist die Größe seines Freiheitsgrads in diesem Fall eins ($n_k = 1$). Der Gesamtfreiheitsgrad des behandelten dynamischen Systems:

$$N = n_a + n_s \cdot 2 + n_k = 10 + 55 \cdot 2 + 1 = 121 .$$

In diesem System werden sowohl die Schotterbettung, als auch die Schienenbefestigung und der Widerstand gegen Durchbiegung und der Schubkraft je mit einer Elastizitäts- und dissipativen Verbindung von linearem Charakter modelliert. In der Wirklichkeit können diese Beziehungen selbstverständlich nur durch bei weitem kompliziertere Zusammenhänge angenähert werden, jedoch nur mit unbedeutendem Nutzen.

Die genauen Werte der Federhärte (s) sowie die die dissipative Eigenschaft representierenden Dämpfungsfaktoren (d) berechnet man im allgemeinen auf Grund von physikalischen Überlegungen, für die Schotterbettung benutzt man im allgemeinen Versuchsverfahren [5]. Das Modell erhält die Erregung nicht unmittelbar, sondern mittels der auf die Schienenstücke stützenden Fahrzeugräder. Infolgedessen wirkt die die dynamischen Wirkungen des Fahrzeugs darstellende vertikale Erregungskraft F während des ganzen Wegs auf das Rad, rollend über die einzelnen Teile des Fahrbahnmodells. Zufolge der vorher beschriebenen Ermittlungsmethode der Federsteife und des Dämpfungsfaktors ist es zweckmäßig, das Flachmodell

derart anzunehmen, daß die beiden Schienenstränge übereinander in Deckung kommen, und somit die an einem Strang gerechneten Massenwerte, Steifheits- und Dämpfungskoeffizienten zweifach betrachtet werden. Die im Modell eingefassten elastischen und dissipativen Zusammenhänge sollten derart aufgenommen werden, daß die Wirkungslinien der Feder s_a und s , bzw. die Wirkungslinien der Dämpfungselemente d_a und d durch die Schwerpunkte der Schwelle, bzw. des Schienenstücks übergehen, die Wirkungslinien der Feder s_0 und der Dämpfungselemente d_0 zur rechten und linken Begrenzungsfläche anpassen, schließlich die Moment-Vektoren der Feder s_l und der Dämpfungselemente d_l durch die Schwerpunkte der Schienenstücke hinübergehen.

Zur Aufschreibung des Bewegungs-Gleichungssystems sollte man erstens die auf die Massen wirkenden Kräfte und Momente bestimmen, sodann kann das System der Bewegungsgleichung mit deren Benutzung aufgeschrieben werden. Dieses Gleichungssystem, infolge des Freiheitsgrads $N = 121$, enthält ebenso viele lineare Differentialgleichungen zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten. Das Gleichungssystem ist im nachstehenden vorgestellt.

Die dynamische Gleichung der Querschwellen ist:

$$m_a \ddot{z}_{ai} = s \cdot (z_i - z_{ai}) - s_a z_{ai} + d \cdot (\dot{z}_i - \dot{z}_{ai}) - d_a \dot{z}_{ai}, \quad i = 0, 6, 12, 18, \dots, 54.$$

Die dynamische Gleichung der Schienenstücke ist:

$$\begin{aligned} m \ddot{z}_i &= s \cdot (z_{ai} - z_i) + d \cdot (\dot{z}_{ai} - \dot{z}_i) + \\ &+ s_0 \cdot \left(z_{i-1} + z_{i+1} - 2z_i + \frac{h}{2} \cdot (\varphi_{i-1} - \varphi_{i+1}) \right) + \\ &+ d_0 \cdot \left(\dot{z}_{i-1} + \dot{z}_{i+1} - 2\dot{z}_i + \frac{h}{2} \cdot (\dot{\varphi}_{i-1} - \dot{\varphi}_{i+1}) \right) + F_{gi}, \\ & \quad i = 6, 12, 18, \dots, 48; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m \ddot{z}_i &= s_0 \cdot \left(z_{i-1} + z_{i+1} - 2z_i + \frac{h}{2} \cdot (\varphi_{i-1} - \varphi_{i+1}) \right) + \\ &+ d_0 \cdot \left(\dot{z}_{i-1} + \dot{z}_{i+1} - 2\dot{z}_i + \frac{h}{2} \cdot (\dot{\varphi}_{i-1} - \dot{\varphi}_{i+1}) \right) + F_{gi}, \end{aligned}$$

$1 \leq i \leq 53$ und i können mit 6 nicht dividiert werden;

$$\begin{aligned} m \ddot{z}_0 &= s \cdot (z_{a0} - z_0) + d \cdot (\dot{z}_{a0} - \dot{z}_0) + s_0 \cdot \left(z_1 - z_0 - \frac{h}{2} \cdot (\varphi_0 - \varphi_1) \right) + \\ &+ d_0 \cdot \left(\dot{z}_1 + \dot{z}_0 - \frac{h}{2} \cdot (\dot{\varphi}_0 - \dot{\varphi}_1) \right) + F_{g0}; \end{aligned}$$

$$m\ddot{z}_{54} = s \cdot (z_{a54} - z_{54}) + d \cdot (\dot{z}_{a54} - \dot{z}_{54}) + s_0 \cdot \left(z_{53} - z_{54} + \frac{h}{2} \cdot (\varphi_{53} + \varphi_{54}) \right) + \\ + d_0 \cdot \left(\dot{z}_{53} - \dot{z}_{54} + \frac{h}{2} \cdot (\dot{\varphi}_{53} + \dot{\varphi}_{54}) \right) + F_{g54} .$$

Die dynamische Gleichung der Winkelschwingungen der Schienenstücke:

$$\Theta\ddot{\varphi}_i = \frac{h}{2}s_0 \cdot \left(z_{i+1} - z_{i-1} - \frac{h}{2} \cdot (\varphi_{i+1} + 2\varphi_i + \varphi_{i-1}) \right) + \\ + \frac{h}{2}d_0 \cdot \left(\dot{z}_{i+1} - \dot{z}_{i-1} - \frac{h}{2} \cdot (\dot{\varphi}_{i+1} + 2\dot{\varphi}_i + \dot{\varphi}_{i-1}) \right) + \\ s_l \cdot (\varphi_{i+1} - 2\varphi_i + \varphi_{i-1}) + d_l \cdot (\dot{\varphi}_{i+1} - 2\dot{\varphi}_i + \dot{\varphi}_{i-1}) , \quad 1 \leq i \leq 53;$$

$$\Theta\ddot{\varphi}_0 = \frac{h}{2}s_0 \cdot \left(z_1 - z_0 - \frac{h}{2} \cdot (\varphi_1 + \varphi_0) \right) + \\ + \frac{h}{2}d_0 \cdot \left(\dot{z}_1 - \dot{z}_0 - \frac{h}{2} \cdot (\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_0) \right) + s_l \cdot (\varphi_1 - \varphi_0) + d_l \cdot (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_0) ;$$

$$\Theta\ddot{\varphi}_{54} = \frac{h}{2}s_0 \cdot \left(z_{54} - z_{53} - \frac{h}{2} \cdot (\varphi_{53} + \varphi_{54}) \right) + \\ + \frac{h}{2}d_0 \cdot \left(\dot{z}_{54} - \dot{z}_{53} - \frac{h}{2} \cdot (\dot{\varphi}_{53} + \dot{\varphi}_{54}) \right) + s_l \cdot (\varphi_{53} - \varphi_{54}) + d_l \cdot (\dot{\varphi}_{53} - \dot{\varphi}_{54}) .$$

Die dynamische Gleichung des Rades:

$$m_k\ddot{z}_k = s_H \cdot (z_u - z_k) + d_H \cdot (\dot{z}_u - \dot{z}_k) - F .$$

Bezeichnungen in den vorangehenden Gleichungen:

$$F_{gi} = \begin{cases} s_H \cdot (z_k - z_i) + d_H \cdot (\dot{z}_k - \dot{z}_i) , & i = u(t) \\ 0 & \text{ansonsten} \end{cases}$$

die von dem auf den i -ten Schienenstück rollenden Rad übergebene erregende Kraft;

$t = t_1 - t_0$	seit dem Anfang der Untersuchung vergangene Zeit;
$u(t) = \left[\frac{v \cdot t}{h} \right]$	die Stelle des Rades bestimmende (Integer-Funktion);
t_0	Anfangszeitpunkt der Untersuchung;
t_1	aktueller Zeitpunkt;
v	Geschwindigkeit des Fahrzeugs;
h	Länge der Schienenstücke;
z	vertikale Verschiebung der einzelnen Massen (nach unten positiv);
\dot{z}, \ddot{z}	erster bzw. zweiter Derivierte der Zeit;
φ	Verdrehung der Schienenstücke, um ihre Drehachse, die auf die vertikale Ebene senkrecht ist;
$\dot{\varphi}, \ddot{\varphi}$	erste bzw. zweite Derivierte von φ nach der Zeit;
Θ	Rotations-Trägmomente bezogen auf ihre Achse, die auf die vertikale Ebene senkrecht ist.

Das vorangehende Differential-Gleichungssystem kann in der Form

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{S}\mathbf{x} = \mathbf{F}$$

zusammengefasst werden, worin die Matrizen \mathbf{M} , \mathbf{D} , und \mathbf{S} quadratisch Matrizen von 121×121 Elementen sind (von denen \mathbf{M} die diagonale Massmatrix, \mathbf{D} die symmetrische Dämpfungsmatrix und \mathbf{S} die symmetrische Steifheitsmatrix ist); Vektoren \mathbf{x} , $\dot{\mathbf{x}}$; $\ddot{\mathbf{x}}$ und Belastungsvektor \mathbf{F} von 121 Grundelementen sind (\mathbf{x} ist der Verschiebungsvektor, $\dot{\mathbf{x}}$ bzw. $\ddot{\mathbf{x}}$ die erste bzw. zweite Derivierte von \mathbf{x} nach der Zeit und \mathbf{F} ist der Massenvektor).

Schließlich sollte das vorliegende Differential-Gleichungssystem gelöst werden. Von den möglichen Verfahren bietet sich die numerische Lösungsmethode, ausgearbeitet von Wilson (Methode- Θ genannt), deren größter Vorteil die Unabhängigkeit von der Zeitstufe (die Bedingungslosigkeit) ist. Mit dieser Methode kann man für die angenommenen kleinen Intervalle (d.h. Zeitintervalle, Zeitstufe) die Reaktion des vollständigen dynamischen Systems sodann mit Hilfe der Verschiebungen und deren Derivierten die im Oberbau entstandenen Beanspruchungen in der Abhängigkeit von der Zeit rechnen. Auf Grund desselben kann der Oberbau in gewohnter Weise bemessen werden, womit das von uns vorgenommene Ziel erreicht wurde.

Zusammengefasst kann es festgestellt werden, daß zur Bemessung des Oberbaus das im System Fahrbahn-Fahrzeug vorgeschlagene zusammengesetzte dynamische Modell den tatsächlichen Verhältnissen weit genauer annähert als das bisher benutzte, allein die Fahrbahn in Betracht nehmende Modell. Mit dem der Wirklichkeit genauer annähernde Modell kann die Fahrbahn genauer bemessen werden, was aus dem Gesichtspunkt der Dauerhaftigkeit bzw. Wirtschaftlichkeit gewisse Vorteile für die Eisenbahn sichert.

Literatur

- [1] ZOBORY, I. (1991): A pálya-jármű rendszer járműmérnöki szemmel. *Pálya-jármű rendszer. Tudományos konferencia IV.*, Velem, 1991. okt. 2–4., Vortrag, pp. 19–42.
- [2] ZÁHONYI, Zs. (1987): A vasúti járműkerékpár és a vasúti pálya együttes dinamikai vizsgálata. Diplomarbeit, BME Járműgépészeti Intézet Vasúti Járművek Tanszék, p. 114.
- [3] DESTEK, M. (1976): Pálya-jármű rendszer. KÖZDOK, Budapest.
- [4] MEGYERI, J. (1991): Vasútépítéstan. MÁV Szakkönyv. KÖZDOK, Budapest, p. 280.
- [5] EISENMANN, J. (1968): Beanspruchung des Eisenbahnoberbaues. *Eisenbahntechnische Rundschau*, 1968. 5. S. 94.
- [6] ZÁBORI, Z. (1993): Rugalmas pályán gördülő egyedülálló vasúti kerékpár keresztirányú dinamikai vizsgálata számítógépi szimulációval. A vasúti pálya-jármű rendszer közlekedésmechanikájának elméleti és kísérleti vizsgálata című, OTKA I/3. 391 (BME: 5-307) számú kutatás részjelentésének része, 1993.
- [7] ZOBORY I. (1992): Track Dynamics. Manuskript. Vortrag, Aachen 1992.
- [8] BATHE, K. L. – WILSON, E. L. (1976): Numerical Methods in Finite Element Analysis. Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, p. 528.
- [9] Quarterly Reports. 1981. No. 1.

EIN NEUES MODELL FÜR DIE BESTIMMUNGEN DER GEOMETRISCHEN MASSTOLERANZEN IM EISENBAHNOBERBAU

Gyula KORMOS

Department of Railway Engineering
Technische Universität Budapest
H-1521 Budapest, Ungarn

Fax: +36 1 463-3054, email: gykormos@epito.bme.hu
Phone: +36 1 463-3055

Eingegangen: July 10, 1997

Abstract

The movement of a railway vehicle is the most often replaced by the movement of its centre of mass. This results determining the tolerance of geometrical distortions of a railway track with a high grade of inaccuracy, which is not permissible. In order to evaluate exactly the vehicle movement on the one hand the vehicle must be interpreted as a system of points on the other hand, a natural triedron must be determined which follows the real movement of the vehicle so that its eigenvectors point always toward the geometrical axes of the railway carriage.

The movement of a railway vehicle in the irregular track can be determined by simulation and it can be evaluated by mathematical models. In this way the tolerance of distortion values respecting to up-to-date theorems can be determined on the basis of reality simulating movement characteristics.

Keywords: tolerance of distortion of railway track, railway kinematics, natural triedron.

1. Einleitung

In Fachkreisen für Eisenbahn und in der Eisenbahnfachliteratur [1,2,3,4,5] und besonders bei den theoretischen Bestimmungen der geometrischen Maßtoleranzen wird das Fahrzeug am häufigsten durch einen Massenmittelpunkt (kurz Schwerpunkt oder Mittelpunkt) ersetzt (sog. Massenpunktmodell) [6,7]. Durch die Ausnutzung der kinematischen Gesetzmäßigkeiten erhält man die Bewegungsmerkmale für den sich bewegenden Punkt (hier den Schwerpunkt des Fahrzeuges). Die Anwendung des Massenpunktmodells ist solange genügend genau, bis der Fahrzeugschwerpunkt praktisch genau dieselbe Raumkurve zurücklegt und der Abstand der Gleisachse (Gleismitte) von der Raumkurven (sog. sekundäre Auswirkungen [6,8,9]) vernachlässigt werden kann. In manchen wichtigen Fällen (z. B. bei geometrischen Richtungsabweichungen in der Bahn- oder Lotebene des Gleises, bei Kreisbogen mit kleineren Radien, bei kurzen Übergangsbogen) kann aber diese Vernachlässigung nicht angenommen werden, da erstens der eingesetzte Fahr-

zeugpunkt eine ganz andere Bahnkurve beschreiben kann, und zweitens in einem solchen Falle die kinematischen Beanspruchungen der einzelnen Punkte des Fahrzeuges wesentlich von der im Schwerpunkt auftretenden Beanspruchung abweichen können [8,9].

2. Problem der Beschreibung der Fahrzeugbewegungen

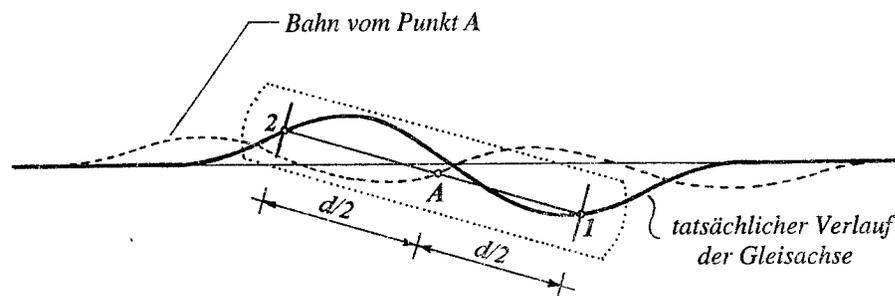


Abb. 1. Die einzelnen Punkte des Fahrzeuges beschreiben verschiedene Raumkurven

Gut veranschaulicht das in der Einleitung dargestellte Problem die Abb. 1, auf der man sehen kann, daß während sich die Punkte 1 und 2 des Fahrzeuges (diese Punkte können z. B. die Drehgestellzapfen sein) geometrisch auf der durchgezogenen Linie bewegen, sich Punkt A (z. B. Schwerpunkt) des Fahrzeuges auf einer ganz anderen geometrischen Bahn (gestrichelte Linie) bewegt [8,9,10]. Es ist also eindeutig: Sofern zur Bestimmung der im Fahrzeug entstehenden Bewegungsmerkmale (Geschwindigkeit, Beschleunigung, Änderungsbeschleunigung) die durch die Punkte 1 und 2 beschriebene Linie berücksichtigt wäre – das Massenpunktmodell als Grundlage genommen – und sich der Punkt A auf dieser Bahnkurve bewegte, zeigt, in bezug auf das Fahrzeug als Ganzes, die für die vom Punkt A durchlaufene Raumkurve das typische Ergebnis. Wenn wir das Fahrzeug als Punktsystem (starrer Körper) in der durchgezogenen Raumkurve behandeln und annehmen, daß die geometrischen Achsen des Wagenkastens parallel zum begleitenden körperfesten Koordinatensystem (Dreibein) [6,8,9] im Punkt A mit den Einheitsvektoren \mathbf{t} , \mathbf{n} , \mathbf{b} liegen, so kommen wir zu einer offensichtlich unmöglichen, irrealen Fahrzeuglage entsprechenden Bewegungsmerkmalen (Abb. 2). Beide Verfahrenssysteme sind fehlerhaft, der Punkt A des Fahrzeuges ist zwar nicht unabhängig von der mit durchgezogener Linie bezeichneten Raumkurve, kann er aber in seinen Merkmalen auch ganz andere Bahnen beschreiben.

Wenn die Bewegung der Punkte 1 und 2 durch auf diese Punkte

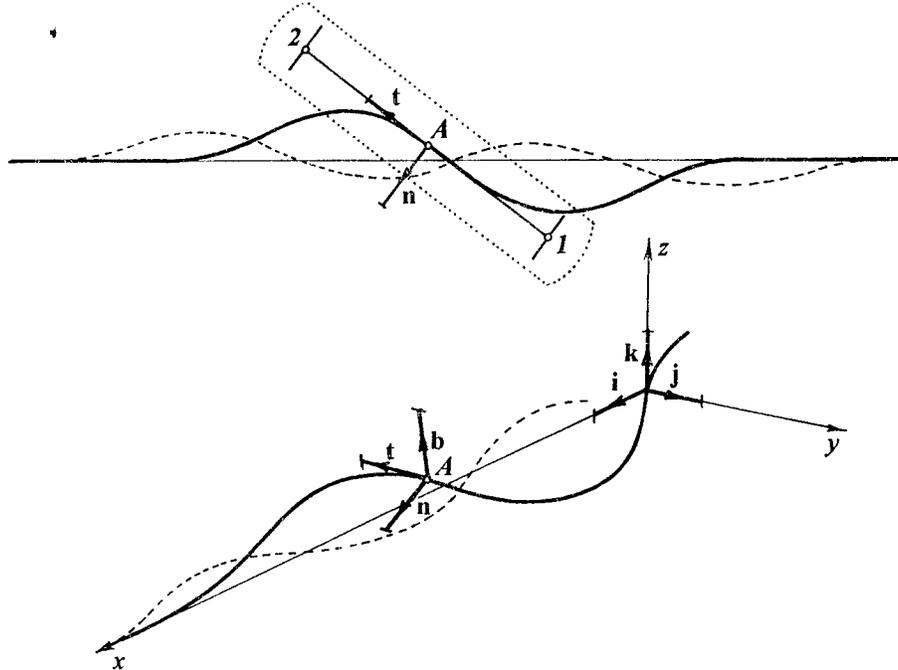


Abb. 2. Eine unwahre Fahrzeuglage, wenn sich der Punkt *A* auf der tatsächlichen Gleisgeometrie bewegte

zeigende Ortsvektoren \mathbf{r}_1 , \mathbf{r}_2 beschrieben wird, so entspricht die vom Punkt *A* zurückgelegte Bahn (mit gestrichelter Linie gezeichnet) einer Linearkombination davon, siehe Gl. (3) weiter unten. Anhand der Berechnungen auf dem begleitenden Dreibein, welches die Raumkurve entlang läuft, kommt man nach Abb. 3 zu den der Fahrzeuglage entsprechenden Bewegungsmerkmalen. Auch dieses gibt nicht die wirkliche Fahrzeuglage wieder. Also kann die Anwendung dieses Modells nur dann in Frage kommen, wenn bei der Bestimmung der genauen Bewegungsmerkmale die die Krümmungsänderung fühlende Länge d des Fahrzeuges (vgl. Abb. 1 und 5) und die Länge des Übergangsbogens oder die geometrische Fehlerlänge der Bahn sich nach der Größenordnung sehr unterscheiden.

Aufgrund dieser Erkenntnisse wurden zur genaueren Beschreibung der Fahrzeugbewegung als Ergebnisse der Forschungen in Ungarn neue Modelle erstellt [8,9,11]. Von diesen wählt man das Modell aus, mit dessen Hilfe aufgrund der Bewegungskordinaten der ausgewählten Punkte **1** und **2** die Bewegungsmerkmale des jeweiligen Punktes **T** im Fahrzeugkasten (vgl. Abb. 5) bestimmt werden können.

3. Bewertung der kinematischen Bewegungen des Fahrzeuges

Die Lösung des Problems erhält man, wenn die Einheitsvektoren des begleitenden Dreibeins immer parallel zu den geometrischen Hauptachsen des Wagenkastens zeigen, der Ursprung identisch mit Punkt A ist und er sich gleichzeitig in der *Abb. 1* und *Abb. 4* auf der gestrichelten Linie bewegt. Nun sollen sich die Punkte 1 und 2 unabhängig auf verschiedenen Raumkurven, aber immer in der Entfernung d voneinander bewegen, so daß Punkt A auf halbem Wege zwischen 1 und 2 sei (*Abb. 5*). Die Bewegung der zwei Punkte (1 und 2) bezeichnet man mit den Bewegungskoodinaten $x_1 y_1 z_1$ bzw. $x_2 y_2 z_2$. Da die Entfernung der zwei Punkte festgelegt ist, benötigt man einen Punkt 3 , dessen Bewegungskoodinate z_3 den ausgefallenen Freiheitsgrad ersetzt. Der Punkt 3 ist dabei auf Entfernung u vom Punkt A in derselben Ebene nach *Abb. 4*. Diese Koordinaten sind Bewegungskoodinaten und ändern sich deshalb ständig über die Zeit.

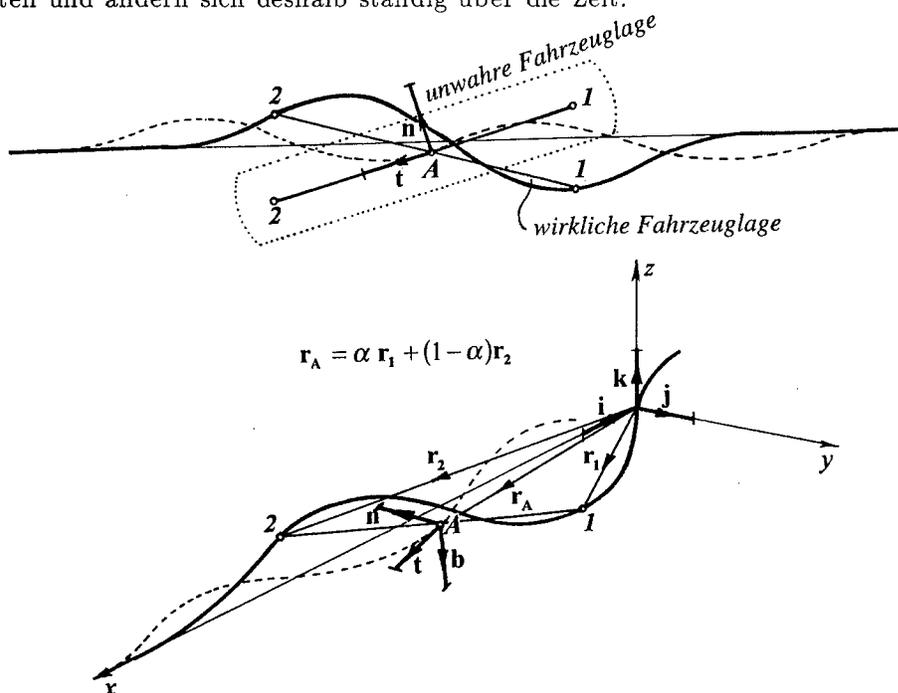


Abb. 3. Eine unmögliche Fahrzeuglage, wenn die Hauptachse des Wagenkastens parallel zum auf der Bahn des Schwerpunkts laufenden Dreibein läge

Der Einfachheit halber wird ein Modell einer geraden Bahnstrecke mit räumlichen Richtungsabweichungen konstruiert (in der Bahnebene und vertikal). Unter Annahme der Näherungsbedingungen $x \approx l$ (wobei l die

$$\mathbf{r}_2 = \left(l + \frac{d}{2} \right) \mathbf{i} + y_2 \mathbf{j} + z_2 \mathbf{k}, \quad (2)$$

wobei \mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k} die Einheitsvektoren für die Richtungen x , y und z sind.

Der Ortsvektor des Punktes A ist eine Linearkombination daraus:

$$\mathbf{r}_A = \alpha \mathbf{r}_1 + (1 - \alpha) \mathbf{r}_2. \quad (3)$$

Falls $\alpha=0,5$, so ist der Punkt A genau zwischen den Punkten 1 und 2 :

$$\mathbf{r}_A = 0,5\mathbf{r}_1 + 0,5\mathbf{r}_2 = l\mathbf{i} + \frac{1}{2}(y_1 + y_2)\mathbf{j} + \frac{1}{2}(z_1 + z_2)\mathbf{k}. \quad (4)$$

Der Differenzvektor von Punkt 1 zu Punkt 2

$$\Delta \mathbf{r}_{12} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 = d\mathbf{i} + (y_2 - y_1)\mathbf{j} + (z_2 - z_1)\mathbf{k} \quad (5)$$

zeigt immer in die Längsrichtung des Wagenkastens. Wird nun sein Einheitsvektor gebildet, so erhält man Gl. (6) :

$$\mathbf{e}_{12} = \frac{\Delta \mathbf{r}_{12}}{|\Delta \mathbf{r}_{12}|} = \frac{\Delta \mathbf{r}_{12}}{d} = \mathbf{i} + \frac{y_2 - y_1}{d}\mathbf{j} + \frac{z_2 - z_1}{d}\mathbf{k}. \quad (6)$$

Aus der Näherung $x \approx l$ ist dies jedoch nur ein Näherungs-Einheitsvektor, aber mit realen Werten rechnend erhält man eine Abweichung in einer Größenordnung von etwa 10^{-4} . Diese Differenz kann vernachlässigt werden. Die Werte von Bewegungsmerkmalen werden in der Wirklichkeit bis maximal drei Dezimalstellen ermittelt.

Nun bildet man einen Einheitsvektor, welcher senkrecht zu \mathbf{e}_{12} steht. Wechselt man die Koeffizienten der Einheitsvektoren \mathbf{i} , \mathbf{j} und wandelt ein Vorzeichen um - der Einheitsvektor \mathbf{e}_{12} bewegt sich annähernd in der xy -Ebene - erhält man ein ähnliches Ergebnis:

$$\mathbf{n}_{12} = \frac{y_2 - y_1}{d}\mathbf{i} - \mathbf{j} + \frac{z_2 - z_1}{d}\mathbf{k}. \quad (7)$$

Dies wirkt sich aber noch nicht in der Kippebene des Wagenkastens aus, da die z -Koordinate nur um $\frac{z_2 - z_1}{d}$ von der xy -Ebene abweicht. Theoretisch könnte man den Einheitsvektor um die Achse des Einheitsvektors \mathbf{e}_{12} drehen und in die entsprechende Richtung stellen. Diese Koordinatentransformation kann auch durch die folgende weitere Näherung eliminiert werden. Wenn man in Betracht zieht, daß das Kippen des Wagenkastens um Punkt A den Punkt 3 (im Abstand u laut Abb. 4) um

$$\frac{2z_3 - (z_1 + z_2)}{2} \quad (8)$$

bewegt, ergibt das für den Koeffizienten des \mathbf{k} -Einheitsvektors

$$\frac{2z_3 - (z_1 + z_2)}{2u}. \quad (9)$$

So wird der Einheitsvektor, der annähernd in die Querachse des Wagenkastens zeigt

$$\mathbf{n}_Q \approx \frac{y_2 - y_1}{d} \mathbf{i} - \mathbf{j} + \frac{2z_3 - (z_1 + z_2)}{2u} \mathbf{k}. \quad (10)$$

Der in die Lotachse zeigende Einheitsvektor wird das vektorielle Produkt

$$\mathbf{e}_{12} \times \mathbf{n}_Q. \quad (11)$$

Bestimmung der Bewegungsmerkmalvektoren des Punktes T : Im Koordinatensystem xyz ist \mathbf{r}_A der Ortsvektor eines ausgewählten Fahrzeugpunktes A . Die Komponenten des von dem Punkt A nach dem untersuchten maßgebenden Punkt T zeigenden Vektors $\boldsymbol{\rho}$ sind

- in Längsrichtung

$$a \cdot \mathbf{e}_{12}, \quad (12)$$

- in Querrichtung (auf die Fahrzeuglängachse senkrecht)

$$b \cdot \mathbf{n}_Q, \quad (13)$$

- in die Lotachse des Wagenkastens

$$-c (\mathbf{e}_{12} \times \mathbf{n}_Q), \quad (14)$$

wobei a , b , c die auf Grund der Fahrzeugmaße bestimmbaren Längsabmessungen (Abb. 4) sind.

So wird der Vektor bei Verwendung der Formeln (12), (13) und (14)

$$\boldsymbol{\rho} = a \cdot \mathbf{e}_{12} + b \cdot \mathbf{n}_Q - c (\mathbf{e}_{12} \times \mathbf{n}_Q). \quad (15)$$

Bei gegebenem Ortsvektor (Objektvektor) \mathbf{r}_A (4) und gegebenem Vektor $\boldsymbol{\rho}$ (15) ist der Ortsvektor (Bildvektor) des zu untersuchenden Fahrzeugpunktes T im xyz -Koordinatensystem

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_A + \boldsymbol{\rho}. \quad (16)$$

Der erste nach der Zeit abgeleitete Vektor ist der Geschwindigkeitsvektor:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_T = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = & \left\{ \frac{dl}{dt} + \frac{b}{d} (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) - \frac{c}{2ud} (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) (2z_3 - z_1 - z_2) - \right. \\ & \left. \frac{c}{2ud} (y_2 - y_1) (2\dot{z}_3 - \dot{z}_1 - \dot{z}_2) - \frac{c}{d} (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \right\} \mathbf{i} + \left\{ \frac{1}{2} (\dot{y}_1 + \dot{y}_2) + \frac{a}{d} (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) + \right. \\ & \left. + \frac{c}{2u} (2\dot{z}_3 - \dot{z}_1 - \dot{z}_2) - \frac{c}{d^2} (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) (z_2 - z_1) - \frac{c}{d^2} (y_2 - y_1) (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \right\} \mathbf{j} + \\ & + \left\{ \frac{1}{2} (\dot{z}_1 + \dot{z}_2) + \frac{a}{d} (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) + \frac{b}{2u} (2\dot{z}_3 - \dot{z}_1 - \dot{z}_2) + \right. \end{aligned}$$

$$+ \frac{2c}{d^2} (y_2 - y_1) (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) \} \mathbf{k}. \quad (17)$$

Der Beschleunigungsvektor des Punktes T ist der zweite nach der Zeit abgeleitete Vektor des Ortsvektors, es ist also der erste nach der Zeit abgeleitete Vektor des Geschwindigkeitsvektors:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_T = \frac{d\mathbf{v}_T}{dt} = & \left\{ \frac{d^2 l}{dt^2} + \frac{b}{d} (\ddot{y}_2 - \ddot{y}_1) - \frac{c}{2ud} (\ddot{y}_2 - \ddot{y}_1) (2z_3 - z_1 - z_2) - \frac{c}{ud} \cdot \right. \\ & \cdot (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) \cdot (2\dot{z}_3 - \dot{z}_1 - \dot{z}_2) - \frac{c}{2ud} (y_2 - y_1) (2\ddot{z}_3 - \ddot{z}_1 - \ddot{z}_2) - \frac{c}{d} (\ddot{z}_2 - \ddot{z}_1) \} \mathbf{i} + \\ & + \left\{ \frac{1}{2} (\ddot{y}_1 + \ddot{y}_2) + \frac{a}{d} (\ddot{y}_2 - \ddot{y}_1) + \frac{c}{2u} (2\ddot{z}_3 - \ddot{z}_1 - \ddot{z}_2) - \frac{c}{d^2} (\ddot{y}_2 - \ddot{y}_1) (z_2 - z_1) - \right. \\ & - \frac{2c}{d^2} (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) - \frac{c}{d^2} (y_2 - y_1) (\ddot{z}_2 - \ddot{z}_1) \} \mathbf{j} + \left\{ \frac{1}{2} (\ddot{z}_1 + \ddot{z}_2) + \right. \\ & + \frac{a}{d} (\ddot{z}_2 - \ddot{z}_1) + \frac{b}{2u} (2\ddot{z}_3 - \ddot{z}_1 - \ddot{z}_2) + \frac{2c}{d^2} (\dot{y}_2 - \dot{y}_1)^2 + \\ & \left. + \frac{2c}{d^2} (y_2 - y_1) (\ddot{y}_2 - \ddot{y}_1) \} \mathbf{k}. \quad (18) \end{aligned}$$

Der Änderungsbeschleunigungsvektor \mathbf{h} dritter Ordnung ist der dritte nach der Zeit abgeleitete Vektor des Ortsvektors, es ist also der erste nach der Zeit abgeleitete Vektor des Beschleunigungsvektors:

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_T = \frac{d\mathbf{a}_T}{dt} = & \left\{ \frac{d^3 l}{dt^3} + \frac{b}{d} (\dddot{y}_2 - \dddot{y}_1) - \frac{c}{2ud} (\dddot{y}_2 - \dddot{y}_1) (2z_3 - z_1 - z_2) - \right. \\ & - \frac{3c}{2ud} (\ddot{y}_2 - \ddot{y}_1) (2\dot{z}_3 - \dot{z}_1 - \dot{z}_2) - \frac{3c}{2ud} (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) (2\ddot{z}_3 - \ddot{z}_1 - \ddot{z}_2) - \\ & - \frac{c}{2ud} (y_2 - y_1) (2\ddot{z}_3 - \ddot{z}_1 - \ddot{z}_2) - \frac{c}{d} (\ddot{z}_2 - \ddot{z}_1) \} \mathbf{i} + \left\{ \frac{1}{2} (\dddot{y}_1 + \dddot{y}_2) + \right. \\ & + \frac{a}{d} (\dddot{y}_2 - \dddot{y}_1) + \frac{c}{2u} (2\ddot{z}_3 - \ddot{z}_1 - \ddot{z}_2) - \frac{c}{d^2} (\ddot{y}_2 - \ddot{y}_1) (z_2 - z_1) - \\ & - \frac{3c}{d^2} (\ddot{y}_2 - \ddot{y}_1) (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) - \frac{3c}{d^2} (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) (\ddot{z}_2 - \ddot{z}_1) - \frac{c}{d^2} (y_2 - y_1) (\ddot{z}_2 - \ddot{z}_1) \} \mathbf{j} \\ & + \left\{ \frac{1}{2} (\ddot{z}_1 + \ddot{z}_2) + \frac{a}{d} (\ddot{z}_2 - \ddot{z}_1) + \frac{b}{2u} (2\ddot{z}_3 - \ddot{z}_1 - \ddot{z}_2) + \frac{6c}{d^2} (\ddot{y}_2 - \ddot{y}_1) (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) \right. \\ & \left. + \frac{2c}{d^2} (y_2 - y_1) (\ddot{y}_2 - \ddot{y}_1) \} \mathbf{k}. \quad (19) \end{aligned}$$

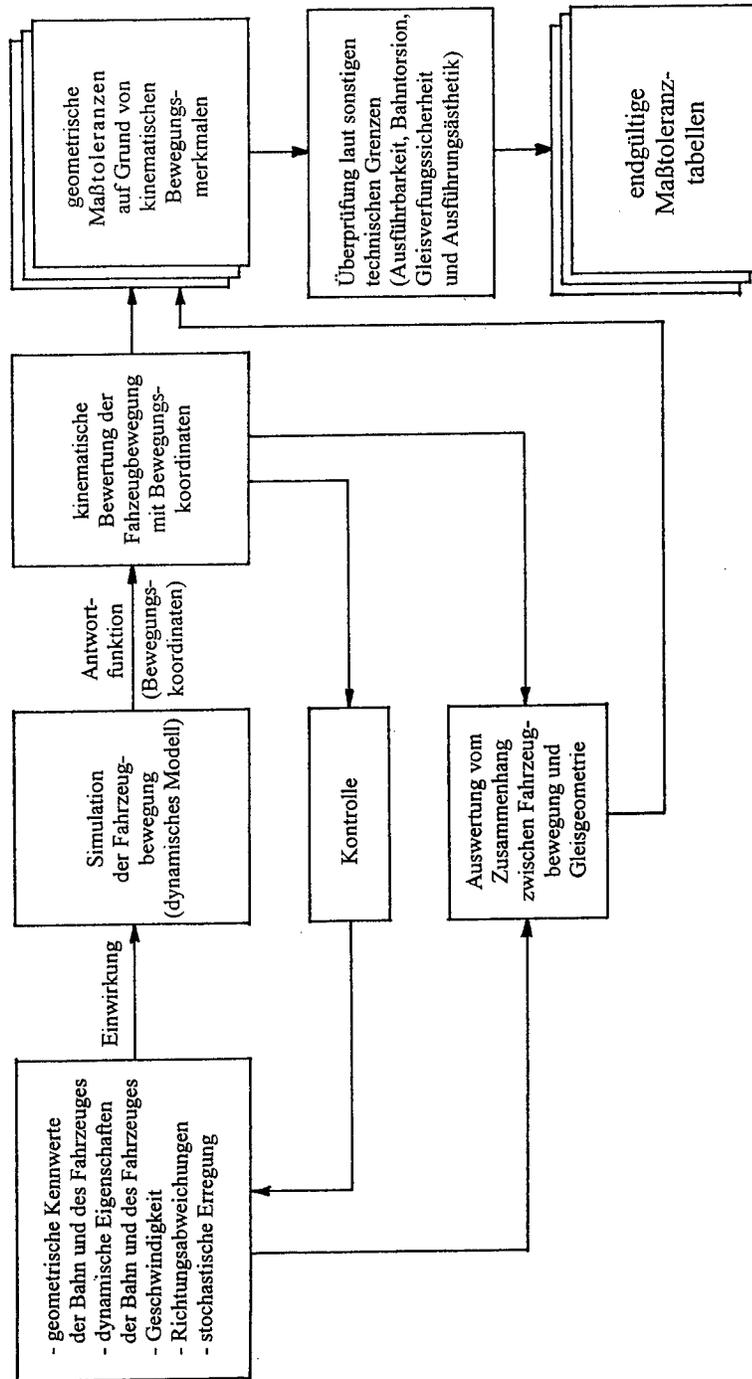


Abb. 6. Modell für die Bestimmungen der geometrischen Maßtoleranzen im Eisenbahnbau

4. Modell für die Bestimmungen der Maßtoleranzen

Da man die Bewegungskordinaten des Fahrzeugkastens mit Hilfe eines dynamischen Modells [11] ausrechnen kann, sind die Bewegungsmerkmale eines gewünschten Punktes allein mit diesen Bewegungskordinaten z. B. mit einem PC-Programm präzise zu berechnen [8,9]. So können die Werte der geometrischen Maßtoleranzen im Eisenbahnoberbau aufgrund des Modells laut *Abb. 6* bestimmt werden [8,12].

Literatur

- [1] KLUGAR, K. (1977): Eisenbahn- und Verkehrswesen I. Teil II. Technische Universität Graz, pp. 247–254.
- [2] KORMOS, GY. (1995): A vasúti pálya geometriai mérettűreseinek kinematikai vizsgálata (Kinematische Untersuchungen der geometrischen Maßtoleranzen im Oberbau). Egyetemi doktori értekezés, Budapest.
- [3] KORMOS, GY. (1995): A járműmozgás kinematikai értékelésére alkalmas új modell (Ein neues Modell für die kinematische Bewertung der Fahrzeugbewegungen) *KTE Pálya-Jármű Rendszer VI. Konferencia*, Bük-fürdő, 1995. október 10-12. pp. 1–10.
- [4] MEGYERI, J. (1978): Vasúti vágánygeometria (Gleisgeometrie der Eisenbahn). Műszaki Könyvkiadó, Budapest.
- [5] MEGYERI, J. (1993): Eisenbahnbewegungsgeometrie. Akadémiai Kiadó, Budapest.
- [6] MEGYERI, J. (1983): A vasúti felépítmény mérettűreseinek mozgásgeometriai vizsgálata (Bewegungsgeometrische Untersuchung der Maßtoleranzen vom Eisenbahnoberbau). *Közlekedéstudományi Szemle*, Nr. 5. pp. 208–214.
- [7] MEGYERI, J. – KECSKÉS, S. (1986): Kinematikai mozgástörvény, vasúti pályageometria (Kinematisches Bewegungsgesetz, Eisenbahn-Gleisgeometrie). *KTE V. Országos Vasúti Futástechnikai Szeminárium*, Pécs, 1986.
- [8] MEGYERI, J. (1991): Pálya-jármű rendszer pályás-mérnöki szemmel (Bahn-Fahrzeug-System mit dem Auge eines Eisenbahnbauingenieurs). „Pálya-járműrendszer”, *KTE Tudományos Konferencia*, Velem, 1991. okt. 2-4.
- [9] SZABÓ, A. (1993): Tetszőleges görbületű pályán haladó vasúti jármű keresztirányú dinamikai folyamatainak vizsgálata számítógépes szimulációval (Prüfung der in Quer-richtung verlaufenden dynamischen Prozesse eines auf einer Fahrbahn mit beliebiger Krümmung fahrenden Eisenbahnfahrzeuges). *Közlekedéstudományi Szemle*, 1993. Nr. 7. pp. 241–250.
- [10] VASZARY, P. (1988): Járműben és pályán (Im Fahrzeug und auf der Strecke), Technische Hochschule, Győr.
- [11] VASZARY, P. (1986): A vízszintes vonalvezetés futástechnikai vonatkozásai (Die lauftechnischen Beziehungen zur waagerechten Linienführung). *KTE V. Országos Vasúti Futástechnikai Szeminárium*, Pécs, pp. 192–218.
- [12] KORMOS, GY. (1996): Nagy terhelésű vasúti pályák mérettűresi problémái, *KTE X. Vasúti Pályafenntartási Konferencia*, Záhony-Nyíregyháza, 1996. 08. 14–16.

MASSGEBENDE GEOMETRISCHE AUSBILDUNG VON EISENBAHNGLEISBOGEN FÜR HÖHERE GESCHWINDIGKEITEN UND BEI DER ENTWICKLUNG VON EISENBAHNWEICHEN

Jenő MEGYERI

Lehrstuhl für Eisenbahnbau
Technische Universität Budapest
H-1111 Budapest, Ungarn
Phone: +36 1 463-1154, Fax: +36 1 463-3054

Eingegangen: Juli 10, 1997

Abstract

As railway traffic is a forced trajectory movement, the movement determined track is the basic requirement, i.e. in the track - vehicle system the track is the primary influential factor of the movement. The kinematically well designed track decreases the quantity of rising stresses and advantageously influences the physical and physiological characteristics of railway traffic.

Making our regular and higher speed railway tracks suitable for the present requirements, for the future demands requires first of all right kinematical design of the track.

The paper highlights the importance of high-speed tracks geometry and of up-to-date turnout geometry.

Keywords: h -vector, vectors of movement characteristics, track geometry, switch geometry.

1. Die kinematischen Bewegungskenngrößen

Zur kinematischen Charakterisierung der Bewegung auf einem Gleis dienen zeitabhängige Bewegungsgrößen, welche die zeitliche Änderung der Bewegung beschreiben.

Zu Beginn der Entwicklung des Eisenbahnverkehrs genügte es, die Bewegung durch die zusammengehörigen Zeit - Weg-Wertpaare, d.h. durch den *Geschwindigkeitsverlauf* zu kennzeichnen. Mit wachsenden Geschwindigkeiten wurde eine differenziertere geometrische Ausgestaltung der Strecke notwendig und statt der Geschwindigkeit als irrelevanter Kennwert ist die *Beschleunigung* für die Definition der Bewegung maßgebend. Im Geschwindigkeitsbereich von 120 km/h bis 200 km/h und darüber muß die Bewegung durch *Bewegungskennwerte höherer Ordnung* [1] [2], vor allem durch den Vektor \bar{h} charakterisiert werden.

Auf der Eisenbahnstrecke als Raumkurve wird die Bewegung allgemein durch den Zusammenhang zwischen zurückgelegtem Weg und der dafür er-

forderlichen Zeit, also durch die Bewegungsgleichung beschrieben und die Lage eines sich auf einer Bahn bewegenden Punktes durch den *Ortsvektor*

$$\vec{r} = \vec{r}(t)$$

definiert; damit können die wichtigsten kinematischen Kenngrößen der Bewegung, nämlich (nach ihrer Rangordnung) der Geschwindigkeitsvektor \vec{v} , der Beschleunigungsvektor \vec{a} und der Vektor \vec{h} ermittelt werden (Abb. 1).

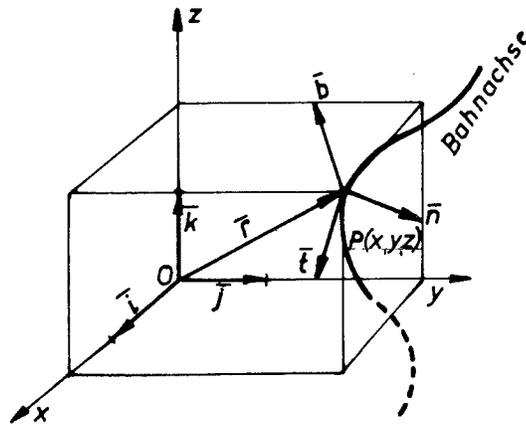


Abb. 1. Vektorgleichung der Eisenbahn als Raumkurve mit \vec{i} , \vec{j} , \vec{k} als Einheitsvektoren der Richtungen x , y und z

Der Geschwindigkeitsvektor

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = v \cdot \vec{t} \quad (1)$$

ist der erste derivierte Vektor nach der Zeit der die Streckenkurve beschreibenden Vektorskalarfunktion $\vec{r} = \vec{r}(t)$ [3].

Der *Beschleunigungsvektor* als zweiter derivierter Vektor nach der Zeit des Ortsvektors wird mit Hilfe der beiden senkrechten Komponenten angegeben:

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} \cdot \vec{t} + v^2 \cdot G \cdot \vec{n} \quad (2)$$

Der Vektor \vec{h} stellt den dritten derivierten Vektor nach der Zeit des Ortsvektors dar, der – nach eigenen Untersuchungen – durch die Formel

$$\vec{h} = \left(\frac{da_t}{dt} - v^3 \cdot G^2 \right) \cdot \vec{t} + \left(3 \cdot v \cdot a_t \cdot G + v^3 \cdot \frac{dG}{dl} \right) \cdot \vec{n} + v^3 \cdot G \cdot T \cdot \vec{b} \quad (3)$$

bestimmt wird.

In diesen Gleichungen bedeuten:

v	Geschwindigkeit [m/s],
a_t	tangentiale Beschleunigung [m/s ²],
G	Streckenkrümmung [m ⁻¹],
T	Strecentorsion [m ⁻¹],
$\frac{dG}{dl}$	Ableitung der Streckenkrümmung nach der Bogenlänge [m ⁻²],
\bar{t}	tangentiale Einheitsvektor,
\bar{n}	Einheitsvektor in Hauptnormalrichtung,
\bar{b}	Einheitsvektor in binormaler Richtung.

Daraus läßt sich eindeutig erkennen, daß der Vektor \bar{h} ein Raumvektor ist; die Näherungsgleichung

$$h = \frac{da}{dt} \quad (4)$$

beinhaltet lediglich einen Teil der einen Komponente des Vektors \bar{h} ; es liegt auf der Hand, daß die genaue Kenntnis dieses Vektors für die richtige geometrische Ausgestaltung von Hochgeschwindigkeitsstrecken unentbehrlich ist.

2. Die maßgebende Rolle des Vektors \bar{h} in der geometrischen Ausgestaltung von Hochgeschwindigkeitsstrecken

Im weiteren soll es an einigen Beispielen gezeigt werden, daß von einer gewissen Geschwindigkeit an statt der Beschleunigung der Vektor \bar{h} für die Gleisgeometrie maßgebend ist.

Es werden folgende Bezeichnungen benutzt:

V	Geschwindigkeit [km/h],
a	zulässige Beschleunigung [m/s ²],
h	zulässiger Wert des Vektors \bar{h} [m/s ³],
d	die Krümmungsänderung erfassende Länge [m] (bei einem vierachsigen Fahrzeug der Drehzapfenabstand $d = 17$ m),
L	Übergangsbogenlänge [m],
m	Kurvenüberhöhung [m].

2.1. Untersuchung der Notwendigkeit des Übergangsbogens

Gerade Strecken und Kreisbogen können ohne einen Übergangsbogen ineinander übergehen, wenn die im Anschlußpunkt auftretende Beschleunigung bzw. die Werte des Vektors \bar{h} einen zulässigen Grenzwert nicht überschreiten.

Aufgrund der Beschleunigung erhält man den Grenzwert des Halbmessers aus der Gleichung:

$$R_L^a = \frac{V^2}{3,6^2 \cdot a} \quad [\text{m}] ; \quad (5)$$

für $a = 0,35 \text{ m/s}^2$ wird $R_L^a \approx 0,22 \cdot V^2$.

Unter Berücksichtigung des Vektors \bar{h} ist

$$R_L^h \approx \frac{V^3}{3,6^3 \cdot h \cdot d} \quad [\text{m}] . \quad (6)$$

Die Funktionen (5) und (6) sind für $a = 0,35 \text{ m/s}^2$, $h = 0,2 \text{ m/s}^3$ und $d = 17 \text{ m}$ in *Abb. 2* dargestellt. Daraus ist es zu erkennen, daß die Geschwindigkeit, von der an der Vektor \bar{h} für die Untersuchung maßgebend ist,

$$V_L = \frac{3,6 \cdot h \cdot d}{a} \quad (7)$$

beträgt; für die angegebenen Parameter ergibt sich

$$V_L \approx 35 \text{ km/h}.$$

Würde für $h = 0,4 \text{ m/s}^3$ gesetzt, ergäbe sich $V_L \approx 70 \text{ km/h}$.

2.2. Bestimmung der höchstzulässigen Geschwindigkeit in einem nichtüberhöhten Kreisbogen ohne Übergangsbogen

Ein nichtüberhöhter Kreisbogen ohne Übergangsbogen kommt praktisch nur in Weichenkrümmungen mit großem Radius bzw. auf nichtüberhöhter Strecke vor.

Aufgrund der Beschleunigung lautet die Gleichung der höchstzulässigen Geschwindigkeit

$$V^a = 3,6 \cdot \sqrt{a \cdot R} \quad \text{km/h} ; \quad (8)$$

für $a = 0,35 \text{ m/s}^2$ wird $V^a \approx 2,13 \cdot \sqrt{R}$.

Unter Berücksichtigung des Vektors \bar{h} erhält man die Beziehung

$$V^h \approx 3,6 \cdot \sqrt[3]{h \cdot d \cdot R} \quad \text{km/h} . \quad (9)$$

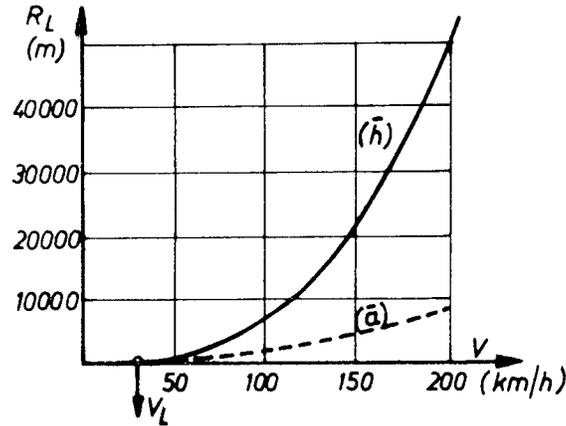


Abb. 2. Grenzen der Vernachlässigbarkeit des Übergangsbogens

und für $h = 0,2 \text{ m/s}^3$ und $d = 17 \text{ m}$ wird $V^h \approx 5,41 \cdot \sqrt[3]{R}$.

Die Funktionen (8) bzw. (9) sind in Abb. 3 dargestellt; der Grenzzradius, von dem an bei der Berechnung der zulässigen höchsten Geschwindigkeit der Vektor \bar{h} maßgebend ist, ergibt sich aus

$$R_v = \frac{h^2 \cdot d^2}{a^3} \quad (10)$$

und für den oben angegebenen Parameter zu $R_v \approx 270 \text{ m}$.

Dieses Ergebnis weist darauf hin, daß für die in Weichenkrümmungen zulässigen Geschwindigkeiten beispielweise schon bei einem Bogenhalbmesser von $R = 300 \text{ m}$ die Wirkung des Vektors \bar{h} zu berücksichtigen ist.

2.3. Bestimmung der Übergangsbogenlänge

Die Länge des Übergangsbogens läßt sich aus der Formel (3) des Vektors \bar{h} so bestimmen, daß auch im maßgebenden Punkt des Übergangsbogens kein größerer Vektor \bar{h} als zulässig entsteht; bei Übergangsbögen mit S-förmiger Krümmungsänderung (Cosinus-, Parabel- und Sinusgeometrie) lautet dafür die Gleichung mit den von der Geometrie des Übergangsbogens abhängigen Konstanten c_1 , c_2 und c_3 :

$$\left(\frac{V^6}{746,5 \cdot R^4} + \frac{V^2 \cdot a_t^2}{5,76 \cdot R^2} - h^2 \right) \cdot L^6 + \frac{c_1 \cdot V^4 \cdot a_t}{R^2} \cdot L^5 + \frac{c_2 \cdot V^6}{R^2} \cdot L^4 + c_3 \cdot m^2 \cdot V^6 = 0 \quad (11)$$

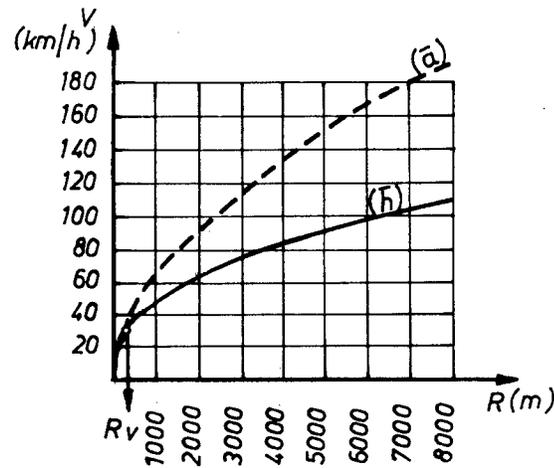


Abb. 3. Höchstzulässige Geschwindigkeit in einem Kreisbogen ohne Übergangsbogen

Demgegenüber ist die aus der Beziehung $L = 10 \cdot V \cdot m$ errechnete Übergangsbogenlänge wesentlich kleiner.

In *Tabelle 1* sind für $V = 120$ km/h und Cosinusgeometrie Werte der Übergangsbogenlängen nach diesen beiden Berechnungsarten zusammengestellt.

Table 1. Nach verschiedenen Berechnungsarten ermittelte Übergangsbogenlängen

Berechnungsart	Übergangsbogenlängen L [m] für Halbmesser R [m]							
	700	800	900	1000	1100	1200	1300	1400
Gleichung (11)	222	193	170	153	138	126	116	108
$L = 10 \cdot V \cdot m$	172	136	107	84	66	51	38	27

2.4. Untersuchung des zulässigen kleinsten Kreisbogenhalbmessers bei einem Kreisbogen mit Übergangsbogen

Nach der bei vorgegebener Überhöhung und vorgegebener Geschwindigkeit auftretenden Seitenbeschleunigung ist der zulässige kleinste Kreisbogenhalb-

messer:

$$R_{\min}^a = \frac{0,0118 \cdot V^2}{m + 0,153 \cdot a} \quad [\text{m}] . \quad (12)$$

Der aus dem Kennwert dritter Ordnung berechnete minimale Kreisbogenhalbmesser ergibt sich zu

$$R_{\min}^h \approx \frac{\alpha \cdot V^3}{46,66 \cdot h \cdot L} \quad [\text{m}] , \quad (13)$$

worin α eine aus dem Maximum der Krümmungsänderung berechenbare Konstante ist.

Der Schnittpunkt der Funktionen (12) und (13) in *Abb. 4* bestimmt die Geschwindigkeit V_R , ab der für den zulässigen kleinsten Kreisbogenhalbmesser der Vektor h maßgebend ist. Aufgrund von Berechnungen läßt sich nachweisen, daß für alle praktisch vorkommenden Werte von V und R sowie unter Berücksichtigung der Übergangsbogenlänge $L = 10 \cdot V \cdot m$ in jedem Falle die Formel (13) des Vektors h gilt. Während der aus der

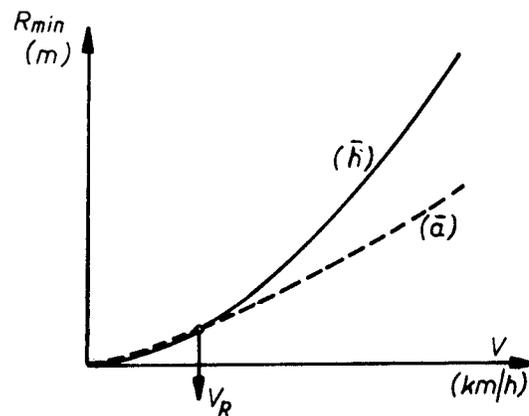


Abb. 4. Bestimmung des kleinsten Halbmessers in einem Kreisbogen mit Übergangsbogen

Seitenbeschleunigung berechnete zulässige, kleinste Kreisbogenhalbmesser bei einer vorgegebenen Geschwindigkeit von den Kenngrößen m und a des Kreisbogens abhängt, unterstreicht *Gl. (13)* die Bedeutung von L und α . Aus *Gl. (13)* ist es weiterhin zu erkennen, daß sich der Wert R_{\min} durch eine Verlängerung der Übergangsbogenlänge vermindern läßt.

2.5. Bestimmung der zulässigen Höchstgeschwindigkeit in einem Kreisbogen mit Übergangsbogen

Bei vorgegebener Überhöhung und Geschwindigkeit ergibt sich die auf dynamischer Grundlage ermittelte zulässige Höchstgeschwindigkeit zu

$$V_{\max}^a = \sqrt{\frac{R}{0,0118} \cdot (m + 0,153 \cdot a)} \quad [\text{km/h}] \quad (14)$$

und unter Berücksichtigung des Vektors h zu:

$$V_{\max}^h \approx 3,6 \cdot \sqrt[3]{\frac{h \cdot R \cdot L}{\alpha}} \quad [\text{km/h}] \quad (15)$$

Darin ist α wiederum eine aus dem Maximum der Krümmungsänderung berechenbare Konstante.

Gemäß *Abb. 5* gibt der Schnittpunkt der Funktionen (14) und (15) den Grenzhalbmesser R_v an, von dem an der Vektor \bar{h} bei der Berechnung des Kreisbogens maßgebend ist.

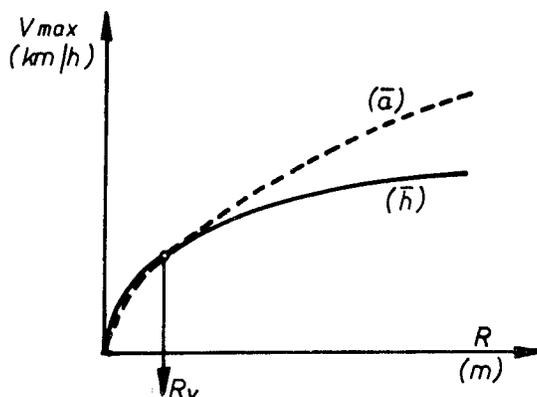


Abb. 5. Höchstzulässige Geschwindigkeit in einem Kreisbogen mit Übergangsbogen

Dasselbe gilt bei den praktisch vorkommenden Werten für V und R bzw. für Übergangslängen $L = 10 \cdot V \cdot m$.

2.5. Bestimmung des Ausrundungshalbmessers von Neigungswechseln

Der Ausrundungshalbmesser in vertikaler Ebene kann ebenfalls aus der gemeinsamen Untersuchung der Beschleunigung bzw. der Kenngröße dritter Ordnung bestimmt werden. Auf dynamischer Grundlage ergibt sich der Abrundungshalbmesser in vertikaler Ebene zu

$$R_f^a = \frac{V^2}{12,96 \cdot a} \quad [\text{m}] \quad (16)$$

aus der Kenngröße dritter Ordnung zu

$$R_f^h \approx \frac{V^3}{46,66 \cdot h \cdot d} \quad [\text{m}] . \quad (17)$$

Unter Berücksichtigung der Bewegung in vertikaler Ebene wird aufgrund von *Abb. 6* die Geschwindigkeit V bestimmt, von der an der Vektor \bar{h} maßgebend ist:

$$V_f = \frac{3,6 \cdot h \cdot d}{a}$$

und für die angegebenen Parameter ist $V_f \approx 52,5$ km/h.

Setzt man die Werte $h = 0,3$ m/s³ und $d = 17$ m in *Gl.* (17) ein, lautet die Formel für den vertikalen Ausrundungshalbmesser:

$$R_f = \frac{V^3}{238} \quad [\text{m}] . \quad (18)$$

In *Tabelle 2* sind Werte für Ausrundungshalbmesser nach *Gl.* (18) und nach der gegenwärtig gültigen Vorschrift $R_f = V^2$ vergleichsweise zusammengestellt.

Table 2. Nach verschiedenen Berechnungsarten ermittelte Ausrundungshalbmesser

Berechnungsart	Ausrundungshalbmesser R_f [m] für Geschwindigkeit V [km/h]				
	120	130	140	150	160
Gleichung (18)	7260	9231	11529	14181	17210
$R_f = V^2$	14400	16900	19600	22500	25600

3. Bewegungsgeometrische Überlegungen bei der Entwicklung von Eisenbahnweichen

Im gleisgebundenen Eisenbahnverkehr haben die Weichen eine besonders wichtige und im Vergleich zur freien Strecke komplexere Funktion. Eindeutig folgt es daraus, daß bei ihrer geometrischen und konstruktiven Ausbildung die zwischen dem Gleis und den Fahrzeugen auftretenden Wechselbeziehungen sowie die Fahrzeugbewegungen berücksichtigt werden müssen mit dem Ziel, die Zahl der Weichen durch zweckmäßige, zeitgemäße Gleisanlagen in den Bahnhöfen soweit wie möglich und im Hinblick auf die Betriebsanforderungen auf einen Mindestwert zu reduzieren.

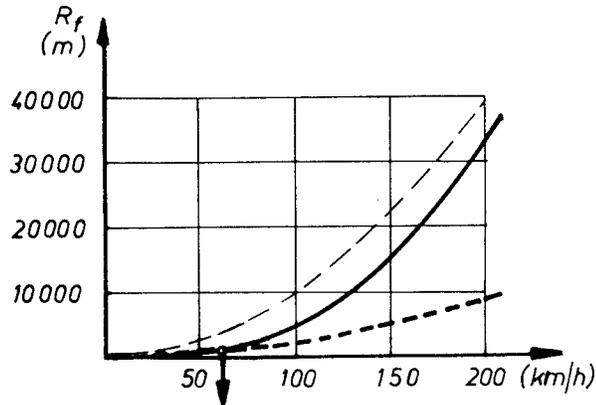


Abb. 6. Bestimmung des Ausrundungshalbmessers bei Neigungswechseln

4. In Weichen auftretende kinematische Probleme

Bei der kinematischen Untersuchung von Weichen gilt der Grundsatz, daß die Weichengeometrie identisch mit der Gleisgeometrie ist; diese bildet deshalb nur ein Teilgebiet der letzteren. Das Grundprinzip der geometrischen Bemessungsmethode von Weichenbögen besteht darin, daß der Wert der unausgeglichenen Seitenbeschleunigung bzw. der Beschleunigungsänderung auch im kritischen Fall den zulässigen Schwellenwert nicht überschreiten darf. Wenn die Bemessung auf der Beschleunigung basiert, ist der zulässige, unausgeglichene Wert der Seitenbeschleunigung konstant. Jedoch ist ein solches allgemein übliches Vorgehen stark umstritten; denn dadurch werden wichtige Faktoren außer acht gelassen, wie z.B. der Bewegungszustand. Noch mehr umstritten ist die skalare Rechnung der Beschleunigungsänderung ("Ruck"). An ihrer Stelle sollte der Bewegungskennwert dritter Ordnung (\bar{h} -Vektor), der die Abhängigkeit zwischen der Bewegung und der Geometrie genau beschreibt, berücksichtigt werden [1], [2], [3], [5].

Die im abzweigenden Strang von Weichen aufgrund der Seitenbeschleunigung ($\bar{a} = 0,6 \text{ m/s}^2$) bzw. des \bar{h} -Vektors ($\bar{h} = 0,4 \text{ m/s}^3$) errechneten zulässigen Geschwindigkeiten sind in der *Tabelle 3* für gebräuchliche Halbmesser zusammengestellt. In der letzten Zeile der Tabelle sind die maßgebenden, d.h. zulässigen Geschwindigkeiten aufgeführt. Die Werte zeigen bei gleichzeitiger Berücksichtigung der Erfahrungsergebnisse eindeutig, daß die Rechnung, die auf der zulässigen Beschleunigung basiert, in Weichenbögen von $R \geq 300 \text{ m}$ zu hohe Geschwindigkeiten ergibt; dies führt dazu, daß Weichen im Vergleich zu den Gleisen der freien Strecke bedeutend höheren Beanspruchungen und infolgedessen einer größeren Abnutzung unterworfen werden, was wiederum eine sehr sorgfältige und kostspielige Unterhaltung erfordert. Da durch eine Vergrößerung des Bogenhalbmessers nur eine

mäßige Geschwindigkeitserhöhung erzielt werden kann, ist es zweckmäßiger, im abzweigenden Strang der mit höheren Geschwindigkeiten befahrenen Weichen anstelle der Kreisbogengeometrie die hochwertigere Übergangsbogengeometrie anzuwenden.

Tabelle 3. Im abzweigenden Strang von Weichen zulässige Geschwindigkeiten

Grundlage	Im abzweigenden Strang zulässige Geschwindigkeiten für Halbmesser R [m]									
	100	150	190	200	300	500	800	1200	1900	2200
Seitenbeschleunigung $\bar{a} = 0,6 \text{ m/s}^2 (V_a)$	27,9	34,2	38,4	39,4	48,3	62,3	78,9	96,6	121,6	130,8
\bar{h} -Vektor $\bar{h} = 0,4 \text{ m/s}^3 (V_h)$	31,7	36,2	39,2	39,9	45,7	54,1	63,3	72,5	84,5	88,7
Maßgebende (zulässige) Geschwindigkeit (V) [km/h]	28	34	38	39	46	54	63	72	85	89

5. Weichengeometrie, die im abzweigenden Strang einer Weiche eine höhere Geschwindigkeit zuläßt

Bei der Untersuchung von Weichengeometrien, die im Zweiggleis höhere Geschwindigkeiten zulassen, müssen zwei grundlegende Gesichtspunkte berücksichtigt werden, nämlich

- die geometrische Anordnung des Zweiggleises für eine höhere Geschwindigkeit und
- die Ausbildung des Weichenendes, damit ein Einbau solcher Weichen in einfache Gleisverbindungen möglich ist.

Bei der kinematischen Untersuchung der Bewegungen für Geschwindigkeiten über 40 km/h ist anstelle der Beschleunigung in jedem Fall der Effekt des \bar{h} -Vektors maßgebend. Die zugehörige Grenzggeschwindigkeit V beträgt

$$V_h = 3,6 \cdot \frac{h \cdot d}{a}, \quad [\text{km/h}], \quad (19)$$

wobei

- h = der kinematische Bewegungskennwert dritten Grades (\bar{h} -Vektor) $[\text{m/s}^3]$,
- a = die Beschleunigung $[\text{m/s}^2]$ und
- d = die die Krümmungsänderung wahrnehmende Länge (Drehzapfenabstand) des Fahrzeuges $[\text{m}]$

bedeuten.

Für $h = 0,4 \text{ m/s}^3$, $d = 17,0 \text{ m}$ und $a = 0,65 \text{ m/s}^2$ wird die Grenzggeschwindigkeit:

$$V_h = 3,6 \cdot \frac{0,4 \cdot 17}{0,65} = 37,66 < 40,0 \quad \text{km/h} .$$

Die Einpassungsmöglichkeit einer Weiche in einfache Gleisverbindungen ist gegeben, wenn die Krümmung am Endpunkt der Weiche Null ist; keinesfalls darf die Krümmung der einander gegenüberliegenden Weichenenden im Symmetriepunkt den aus der Bedingung $h = 0,4 \text{ m/s}^3$ errechneten Krümmungswert überschreiten.

Unter Berücksichtigung der dargestellten Bedingungen ist also die Weichegeometrie mit Kreisbogen – dort, wo durch die Vergrößerung des Zweiggleishalbmessers nur eine unbedeutende Geschwindigkeitserhöhung erzielt werden kann – infolge des großen Raumbedarfs nicht brauchbar [2], [5].

Die Krümmungslinien von einfachen, aus Kreisbogenweichen zusammengesetzten Gleisverbindungen sind in *Abb. 7* dargestellt, in *Abb. 7a* bei unmittelbarem Anschluß und in *Abb. 7b* bei Einschaltung einer Zwischengeraden.

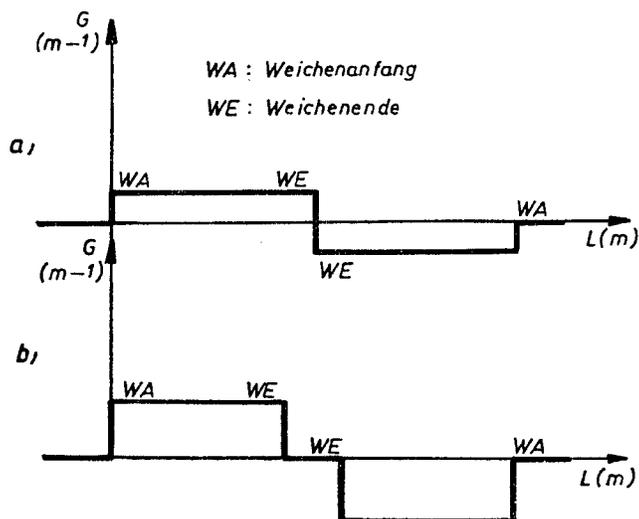


Abb. 7. Krümmungslinien von aus Kreisbogenweichen zusammengesetzten Gleisverbindungen a) bei unmittelbarem Anschluß b) bei Einschaltung einer Zwischengeraden

Die den kinematischen Gesichtspunkten entsprechenden, mit dem \bar{h} -Vektor errechneten Bogenhalbmesserwerte betragen:

- bei unmittelbarem Anschluß der Weichen (vgl. *Abb. 7a*) für $V = 80 \text{ km/h}$ 3228 m bzw. für $V = 120 \text{ km/h}$ 10894 m,
- bei Einschaltung einer Zwischengeraden (vgl. *Abb. 7b*) für $V = 80 \text{ km/h}$ 1614 m bzw. für $V = 120 \text{ km/h}$ 5447 m.

5.1. Verfahren zur Ermittlung der Weichengeometrie

Ein grundlegender Kennwert des gekrümmten Eisenbahngleises ist die Gleiskrümmung, die die Änderung der Tangentenrichtung beschreibt. Die Bewegungsgeometrie wird jeweils durch die Krümmung bzw. durch die die Krümmungsänderung beschreibende Funktion

$$G = f(l) \quad [m^{-1}] \quad (20)$$

determiniert. Bei Kenntnis der Krümmungsfunktion kann die Tangentenwinkelfunktion aufgrund der Abhängigkeit

$$\tau = \int_0^l G dl \quad (21)$$

ermittelt werden.

In Kenntnis der Tangentenwinkelfunktion $\tau = f(l)$ läßt sich das Gleichungssystem der Bogenlängenparameter der orthogonalen Absteckungskordinaten beschreiben:

$$x = \int_0^l \cos \tau dl \quad [m] \quad (22)$$

und

$$y = \int_0^l \sin \tau dl \quad [m] . \quad (23)$$

Für Näherungsberechnungen erhalten diese Gleichungen die Form:

$$G = f(l) \approx f(x) = \frac{d^2 y}{dx^2} \quad [m^{-1}] , \quad (24)$$

$$\tau = \int_0^l g dx \quad \text{und} \quad y = \int_0^l \tau dx \quad [m] . \quad (25)$$

5.2. Modifizierte, kombinierte; mit Cosinus-Übergangsbogen entwickelte Weichengeometrie

Für die Ermittlung der dynamisch und kinematisch günstigen Ablenkgeometrie (im Falle einer Fahrzeugbewegung bei hohen Geschwindigkeiten) wur-

den mehrere Übergangsbogen-Weichengeometrien untersucht, deren Krümmungslinien in *Abb. 8* dargestellt sind. Die zugehörigen Krümmungsänderungen der Übergangsbögen und die kritischen Krümmungen werden aufgrund der folgenden Bedingungen berechnet:

- Krümmung $1/R_1$ am Weichenanfang aufgrund der Bedingung $h = 0,4 \text{ m/s}^3$ [1], [5]:

$$R_1 = \frac{V^3}{3,6^3 \cdot 0,4 \cdot d}; \quad (26)$$

- Krümmung $1/R_2$ unter Berücksichtigung des Prinzips ρ_{\min} (vgl. [3] S. 107) für den Gleisachsenabstand p :

$$R_2 = \frac{2L^2}{p}; \quad (27)$$

- Längen der Übergangsbögen in den maßgebenden Punkten aufgrund der Bedingung $h = 0,4 \text{ m/s}^3$:

$$L = \frac{V}{3,6} \sqrt[3]{\frac{\pi \cdot p}{4 \cdot 0,4}} \quad (28)$$

und

$$L_0 = \frac{V^3}{3,6^3} \cdot \frac{\pi}{2 \cdot 0,4} \cdot \frac{R_1 - R_2}{R_1 \cdot R_2}. \quad (29)$$

Mit den angeführten Formeln ergeben sich folgende Werte für eine Geschwindigkeit von $V = 120 \text{ km/h}$ und für einen Gleisachsenabstand $p = 5,0 \text{ m}$:

$$R_1 = 5446,62 \text{ m}; \quad R_2 = 2037,75 \text{ m}, \quad L = 71,38 \text{ m}, \quad L_0 = 44,67 \text{ m}.$$

Im Zusammenhang mit den untersuchten Varianten ist es von grundlegender Bedeutung, daß jeder Punkt (die maßgebenden Punkte inbegriffen) jeder Weichengeometrie die Bedingung

$$h \leq 0,4 \quad \text{m/s}^3$$

erfüllen muß. Von diesen Lösungen ist diejenige Geometrie die vorteilhafteste, die zur kürzesten Weichenlänge und damit auch zur kürzesten Gleisverbindungslänge führt.

Wie die einschlägigen Untersuchungen nachgewiesen haben, hat die sog. modifizierte, kombinierte Cosinus-Übergangsbogen-Weichengeometrie (vgl. *Abb. 8* Nr. 4) die günstigsten Charakteristiken. Die Krümmungslinie des abzweigenden Stranges einer solchen Weiche ist in *Abb. 9* dargestellt. Demgemäß besteht die Geometrie des abzweigenden Stranges aus zwei einander entgegengesetzten Cosinus-Übergangsbögen mit verschiedenen Krümmungen. Am Weichenanfang beginnt ein Cosinus-Übergangsbögen von der

Lfd. Nr.	Typ. der Weichen- geometrie	Krümmungsänderung
①	Reiner Cosinus- Übergangsbogen	
②	Modifizierter Cosinus- Übergangs-Kreisbogen	
③	Cosinus-Übergangs- Kreisbogen	
④	Modifizierter kombi- nierter Cosinus- Übergangsbogen	
⑤	Kombinierter Cosinus- Übergangsbogen (Nur bei Abzweigungs- weichen)	

Abb. 8. Krümmungslinien der wichtigsten Übergangsbogen-Weichengeometrien

Länge L_0 der Krümmung $1/R_1$, die bis auf den Wert $1/R_2$ anwächst; daran schließt ein die Bedingung $G = 0$ befriedigender Übergangsbogen von der Länge L an. Der erste Übergangsbogen von der Länge L_0 sollte die Minilänge haben, während der zweite von der Länge L die Einfügbarkeit der Weiche in die einfache Gleisverbindung sicherstellt.

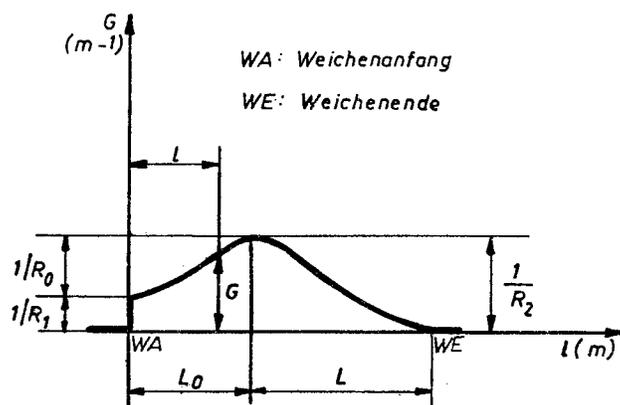


Abb. 9. Krümmungslinien der sog. modifizierten, kombinierten Cosinus-Übergangsbogen-Weichengeometrie

$$\begin{aligned} V &= 120 \text{ km/h} \\ p &= 500 \text{ m} \\ h &= 0,4 \text{ m/s}^3 \\ d &= 17,0 \text{ m} \end{aligned}$$

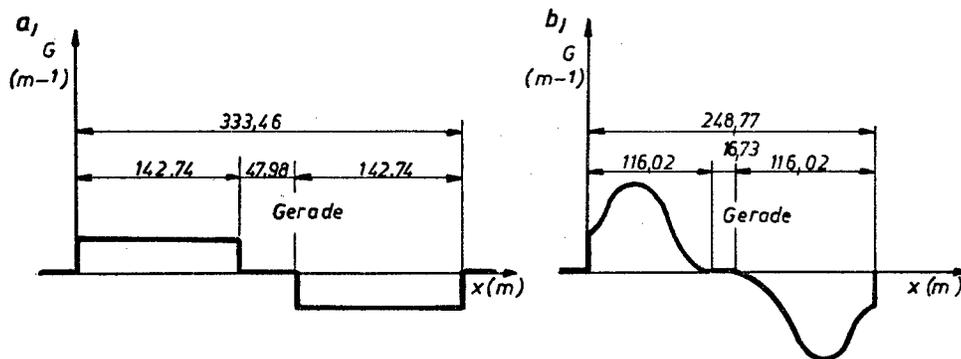


Abb. 10. Krümmungslinien für eine einfache Gleisverbindung. a) aus zwei Kreisbogenweichen, b) aus zwei modifizierten Cosinus-Übergangsbogenweichen

Aufgrund der *Abb. 9* ist

$$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \quad [\text{m}^{-1}] \quad (30)$$

und

$$R_0 = \frac{R_0 \cdot R_2}{R_1 - R_2} \quad [\text{m}] . \quad (31)$$

Die Krümmungsfunktionen der modifizierten, kombinierten Cosinus-Übergangsbogen-Geometrie (vgl. *Abb. 9*) sind im ersten Teil der Weiche für den Bereich $0 \leq l \leq L_0$:

$$G_{\text{I}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{2R_0} \left(1 - \cos \frac{\pi}{L_0} l \right) \quad [\text{m}^{-1}] , \quad (32)$$

im zweiten Teil der Weiche für den Bereich $L_0 \leq l \leq (L_0 + L)$:

$$G_{\text{II}} = \frac{1}{2R_2} \left[1 - \cos \frac{\pi}{L} (L_0 + L - l) \right] \quad [\text{m}^{-1}] . \quad (33)$$

5.2.1. Ermittlung der Absteckungskordinaten im ersten Teil der Weiche ($0 \leq l \leq L_0$)

Die Funktion des Tangentialwinkels lautet:

$$\tau_{\text{I}} = \int_0^l G_{\text{I}} dl = \frac{l}{R_1} + \frac{l}{2R_0} - \frac{L_0}{2\pi \cdot R_0} \sin \frac{\pi}{L_0} l . \quad (34)$$

Der Wert des Tangentialwinkels wird im Punkt $l = L_0$:

$$\tau_{L_0} = \frac{L_0}{2R_1} + \frac{L_0}{2R_2} . \quad (35)$$

Die Ordinatenfunktion hat die Form:

$$y_{\text{I}} = \int_0^l \tau_{\text{I}} dl = \frac{l^2}{4} \left(\frac{2}{R_1} + \frac{1}{R_0} \right) - \frac{L_0^2}{2\pi^2 \cdot R_0} \left(1 - \cos \frac{\pi}{L_0} l \right) \quad [\text{m}] . \quad (36)$$

Der Wert der Ordinate ist im Punkt $l = L_0$:

$$y_{L_0} = \frac{L_0^2}{4} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) - \frac{L_0^2}{\pi^2} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) \quad [\text{m}] . \quad (37)$$

5.2.2. *Ermittlung der Absteckungskordinaten im zweiten Teil der Weiche*
($L_0 \leq l \leq L_0 + L$)

Die Funktion des Tangentialwinkels lautet:

$$\begin{aligned}\tau_{II} &= \tau_{L_0} + \int_{L_0}^l G_{II} dl = \tau_{L_0} + \left[\frac{l}{2R_2} + \frac{L}{2\pi \cdot R_2} \sin \frac{\pi}{L} (L_0 + L - l) \right]_{L_0}^l = \\ &= \frac{L_0}{R_1} - \frac{L_0}{2R_2} + \frac{L_0}{2R_0} + \frac{l}{2R_2} + \frac{L}{2\pi \cdot R_2} \sin \frac{\pi}{L} (L_0 + L - l) .\end{aligned}\quad (38)$$

Der Wert des Tangentialwinkels wird am Weichenende ($l = L_0 + L$):

$$\tau_{WE} = \frac{L_0}{2R_1} + \frac{L_0 + L}{2R_2} \quad (39)$$

und die Funktion der Ordinate:

$$\begin{aligned}y_{II} &= y_{L_0} + \int_{L_0}^l \tau_{II} dl = \\ &= y_{L_0} + \left[\frac{L_0 l}{R_1} - \frac{L_0 l}{2R_2} + \frac{L_0 l}{2R_0} + \frac{l^2}{4R_2} + \frac{L^2}{2\pi^2 \cdot R_2} \cos \frac{\pi}{L} (L_0 + L - l) \right]_{L_0}^l = \\ &= \frac{L_0^2}{4R_1} - \frac{L_0^2}{\pi^2 \cdot R_0} + \frac{L^2}{2\pi^2 \cdot R_2} + \frac{L_0 l}{2R_1} + \frac{l^2}{4R_2} + \frac{L^2}{4\pi^2 \cdot R_2} \cos \frac{\pi}{L} (L_0 + L - l) \quad [\text{m}].\end{aligned}\quad (40)$$

Die Endordinate ($l = L_0 + L$) hat die Größe:

$$\begin{aligned}Y &= y_{WE} = \\ &= \left(\frac{L_0^2}{4} + \frac{L_0 L}{2} \right) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) - \frac{L_0^2}{\pi^2} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) + \frac{L^2}{R_2} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{\pi^2} \right) \quad [\text{m}].\end{aligned}\quad (41)$$

Die *Abb. 10* veranschaulicht für eine einfache Gleisverbindung die Anordnung von Kreisbogenweichen und von modifizierten Cosinus-Übergangsbogenweichen. Berechnungen unterstreichen die außerordentlichen Vorteile der Cosinus-Übergangs-Weichengeometrie im Vergleich zur Kreisbogen-Weichengeometrie. So wird beispielsweise für eine Geschwindigkeit von $V = 120$ km/h bei einem Gleisachsenabstand von $p = 5,0$ m der Unterschied zwischen den Projektionslängen der kinematisch gleichwertigen einfachen Gleisverbindungen 84,69 m, d.h. eine Konstruktion mit Kreisbogenweichen erfordert eine um 34% größere Projektionslänge als eine mit Cosinus-Übergangsbogenweichen.

6. Untersuchung des Anlaufwinkels

Der Anlaufwinkel der an sich tangentialgeometrischen Weichenzunge sollte so bemessen werden, daß der Wert des dadurch hervorgerufenen Vektors der Bedingung $|\bar{h}| \leq 0,4 \text{ m/s}^3$ entspricht. Die geometrischen Verhältnisse sind in *Abb. 11* dargestellt.

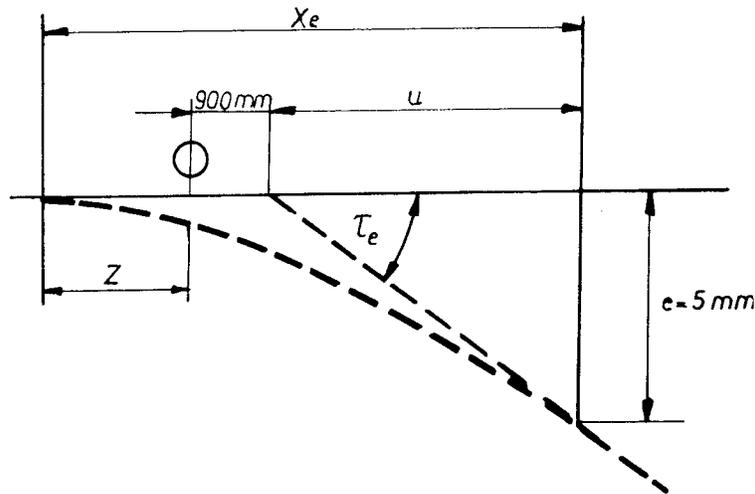


Abb. 11. Geometrische Verhältnisse einer Weiche an der Weichenzunge

Der größte zulässige Anlaufwinkel ergibt sich nach der Beziehung

$$h \approx \frac{V^3}{3,6^3} \frac{dG}{dl} \leq 0,4 \text{ m/s}^3 \quad (42)$$

aus der maßgebenden Krümmungsänderung dG/dl .

Nach der Vektorgeometrie [3] ist der Wert der Krümmung

$$G = \left| \frac{d\bar{t}}{dl} \right| = \frac{1}{\rho} \quad [\text{m}^{-1}], \quad (43)$$

d.h. gleich der Größe des nach der Bogenlänge derivierten, in der Tangentialrichtung liegenden Einheitsvektors. Da es sich infolge des Anlaufwinkels um eine Berechnungsfunktion handelt, errechnet sich der Näherungswert nach *Abb. 11* wie folgt:

$$G = \frac{\Delta \bar{t}}{\Delta l} = \frac{\tau}{d} \quad [\text{m}^{-1}], \quad (44)$$

worin

- $\tau =$ Anlaufwinkel der Zunge (rad),
 $d =$ die die Krümmungsänderung wahrnehmende Länge des
 Fahrzeugs (näherungsweise der Achs- bzw.
 Drehzapfenabstand) [m]

bedeuten. Entsprechend den vorangehenden Ausführungen wird die Größe des zugehörigen \bar{h} -Vektors annähernd:

$$h = \frac{V^3}{3,6^3} \cdot \frac{\Delta G}{\Delta l} = \frac{V^3}{3,6^3} \cdot \frac{\tau}{d^2} \quad \left[\text{m/s}^3 \right] \quad (45)$$

und der Anlaufwinkel der Weichenzunge:

$$\tau \leq \frac{hd^2}{V^3} 3,6^3, \quad (46)$$

- $h =$ die zulässige Größe des \bar{h} -Vektors (in den Untersuchungen
 $h = 0,4 \text{ m/s}^3$),

worin $d =$ die die Krümmungsänderung wahrnehmende Länge des
 Fahrzeugs (in den Untersuchungen $d = 17,0 \text{ m}$) und

- $V =$ die Bewegungsgeschwindigkeit [km/h]

bedeuten.

Damit errechnet sich der Anlaufwinkel für die Geschwindigkeit von $V = 120 \text{ km/h}$ zu:

$$\tau_{\max} = \frac{0,4 \cdot 17^2}{120^3} \cdot 3,6^3 = 0,0031212 \text{ rad} = 0^\circ 10' 43,79'' ,$$

für die Geschwindigkeit von $V = 80 \text{ km/h}$ zu:

$$\tau_{\max} = \frac{0,4 \cdot 17^2}{80^3} \cdot 3,6^3 = 0,0105340 \text{ rad} = 0^\circ 36' 12,80'' .$$

7. Gegenüberstellung der verschiedenen Weichengeometrien

In *Tabelle 4* sind Weichensysteme verschiedener Eisenbahnverwaltungen zusammengestellt, aus den Angaben lassen sich die äußerst günstigen kinematischen und geometrischen Charakteristiken der beschriebenen Übergangsbogenweichen ablesen. Die Tabelle zeigt die Vorzüge der vorgeschlagenen Cosinus-Übergangsbogenweiche besonders deutlich, wenn man sie mit einer ähnlichen, mit einer Geometrie höherer Ordnung konstruierten Weiche 2300 – ∞ der Niederländischen Eisenbahnen A.G. (NS) vergleicht. Die Länge der niederländischen Übergangsbogenweiche beträgt 106,250 m, d.h. sie ist um 7,716 m länger als die vorgeschlagene Weiche Typ 120 (5,00). Die kinematisch zulässige Höchstgeschwindigkeit der niederländischen Weiche ist aber auf 93,4 km/h begrenzt, während die vorgeschlagene Weiche 120 km/h Geschwindigkeit erlaubt.

Tabelle 4. Weichensysteme verschiedener Eisenbahnverwaltungen

Eisenbahn- verwaltung*	Zulässige Geschwin- digkeit [km/h]	Weichengeometrie (k=Kreis- Bogengeometrie) (ü=Übergangs- bogengeometrie)	Weichen- länge [m]	h_{max} [m/s ³]	Geometrische Fahrgesch- windigkeit für V_h [km/h] $h = 0,4 \text{ m/s}^3$
A. Vorhandene bzw. geplante Weichen					
SNCF	220	ü; 6720 - ∞	191,30	2,00	128,7
DB	200	k; 7000/6000	154,30	1,29; 1,50	128,6
SNCF	160	k; R = 3100 m	102,490	1,49	103,2
SNCF	160	k; R = 3000 m	103,200	1,54	102,1
FS	160	k; R = 3000 m	109,826	1,54	102,1
DR	160	k; R = 3000 m	103,416	1,54	102,1
SNCB	160	k; R = 2990 m	101,604	1,55	102,0
NS	160	k; R = 3000 m	101,960	1,54	102,1
SBB/CFF	150	ü; 2500 - 2350 m	100,395	1,52	96,1
DB	130	k; R = 2500 m		0,99	96,1
SNCF	130	k; R = 2000 m	82,965	1,24	89,2
SNCB	130	k; R = 2266 m	61,992	1,09	93,0
SNCB	130	k; R = 2000 m	84,131	1,24	89,2
NS	130	ü; 2300 - ∞	106,250	1,08	93,4
SBB/CFF	120 - 125	ü; 2600 - 1600 m	82,500	0,75...0,85	97,3
MÁV	120	k; R = 2200 m	78,800	0,99	88,7
SNCF	100	k; R = 1400 m	69,655	0,81	79,2
SNCF	100	k; R = 1300 m	66,565	0,87	77,2
SNCF	100	k; R = 1200 m	64,927	0,94	75,2
DB	100	k; R = 1200 m	64,818	0,94	75,2
BR	100	k; 1253,73; (1398,5)		0,90	76,3
BR	100	k; 1650,4; (1923,3)		0,68	83,6
FS	100	k; R = 1200 m	69,000	0,94	75,2
DR	100	k; R = 1200 m	64,817	0,94	75,2
SNCB	100	k; R = 1185 m	64,309	0,95	74,9
NS	100	k; R = 1200 m	64,545	0,94	75,2
SBB/CFF	90 - 95	k; R = 900 m	66,488	0,91...1,07	68,3
MÁV	80	k; R = 800 m	55,872	0,81	63,3
MÁV	40	k; R = 300 m	34,141	0,27	45,7
B. Vorgeschlagene neue Cosinus-Übergangsbogenweichen					
120 (5,0)	120		98,534	0,4	120
120 (4,1)	120	Cosinus- Übergangsbogen	102,535	0,4	120
80 (5,0)	80		63,894	0,4	80
80 (4,1)	80		67,996	0,4	80

*
 SNCF=Nationalgesellschaft der Französischen Eisenbahnen
 FS=Italienische Staatsbahnen
 DR=Deutsche Reichsbahn
 SNCB=Nationalgesellschaft der Belgischen Eisenbahnen
 NS=Niederländische Eisenbahnen A.G.
 SBB/CFF=Schweizerische Bundesbahnen
 DB=Deutsche Bundesbahn
 MÁV=Ungarische Staatseisenbahnen
 BR=Britische Eisenbahnen

Literatur

- [1] MEGYERI, J. (1978): Eisenbahngleisgeometrie. Vasúti vágánygeometria – in ungarischer Sprache – Technischer Buchverlag Bp.
- [2] MEGYERI, J. (1977): Funktionelle Bedeutung der kinematischen Charakteristiken höherer Ordnung in der geometrischen Konstruktion der Weichen. *Közlekedéstudományi Szemle (Verkehrswissenschaftliche Rundschau)*, Vol. XXVII, Nr. 6. pp. 270–275. (In ungarischer Sprache).
- [3] MEGYERI, J. (1978): Differential-geometrische Bestimmung kinematischer Bewegungsmerkmale bei Gleisbogen für höhere Geschwindigkeiten. *AET – Archiv für Eisenbahntechnik*, Folge 33. pp. 65–67.
- [4] MEGYERI, J. (1981): Maßgebende geometrische Ausbildung von Eisenbahngleisbogen für höhere Geschwindigkeiten. *AET – Archiv für Eisenbahntechnik*, Folge 36. pp. 68–71.
- [5] MEGYERI, J. (1993): Eisenbahnbewegungsgeometrie. Akademischer Buchverlag Bp. (In deutscher Sprache).

EINIGE PROBLEME DER VERBINDUNG ZWISCHEN EINEM DURCH ZUFÄLLIGEN FEHLER BELASTETEN PUNKT ODER ABSCHNITT EINER EISENBAHNSTRECKE UND DER MASSGEBENDEN KINEMATISCHEN BEANSPRUCHUNG

Jenő MEGYERI* und László SZEIDL**

* Lehrstuhl für Eisenbahnbau
Technische Universität Budapest
H-1111 Budapest, Ungarn

Phone: +36 1 463 1154, Fax: +36 1 463 3054

** Lehrstuhl für Warschenlichkeitsrechnung und Statistik
Eötvös Loránd-Universität Budapest
Email: szeidl@ludens.elte.hu

Eingegangen: Juli 10, 1997

Abstract

The fundamental task of kinematical investigation of railway tracks is that in a given position or interval of the track in respect to the view of acceleration no bigger stress can arise than the given acceleration limit or the given limit by the examination of the third kinematical characteristic of movement.

In idealised case the railway track consists of regular straight intervals, regular curves, and regular transition curves. Conclusions drawn from the investigation of the idealised case can greatly deviate from facts supported by real and experimental measurement. Our contemporary measurement facilities only restrictedly enable the kinematical stresses to be directly measured therefore in such cases they can be indirectly examined. The theoretical estimation for standard stresses can be applied in practice, if the distribution of the standard stresses of the extreme error intervals and the suitable circumstances of cycles lengths is available.

Keywords: random error, kinematical stress, mean axle error.

1. Einleitung

Auf der Eisenbahnstrecke sollten die Beschleunigungen und die Bewegungskennwerte dritter Ordnung unter einem Schwellenwert der Beschleunigung (a_{zul}) bzw. unter einem Beanspruchungs-Grenzwert (h_{zul}) gehalten werden, d.h. die folgenden limitativen Bedingungen erfüllt werden:

$$|\underline{a}| \leq a_{zul} \left[\text{m/s}^2 \right] \quad \text{und} \quad |\underline{h}| \leq h_{zul} \left[\text{m/s}^3 \right] . \quad (1)$$

Diese Probleme können im Zusammenhang miteinander mit Hilfe der bewegungsgeometrischen Untersuchung geprüft werden.

Für eine idealisierte Eisenbahnstrecke kann man voraussetzen, daß sie aus regelmäßigen geraden Abschnitten, regelmäßigen Kreisbögen und Übergangsbögen zusammengesetzt ist. Diese Streckenabschnitte bestimmen eindeutig (und berechenbar) bei einer gegebenen Geschwindigkeit den auf manchen Streckenabschnitten erregten charakteristischen Beschleunigungswert $|\underline{a}|$ und denselben der Bewegungskennwert dritter Ordnung $|\underline{h}|$ [1], [2], [3], [4].

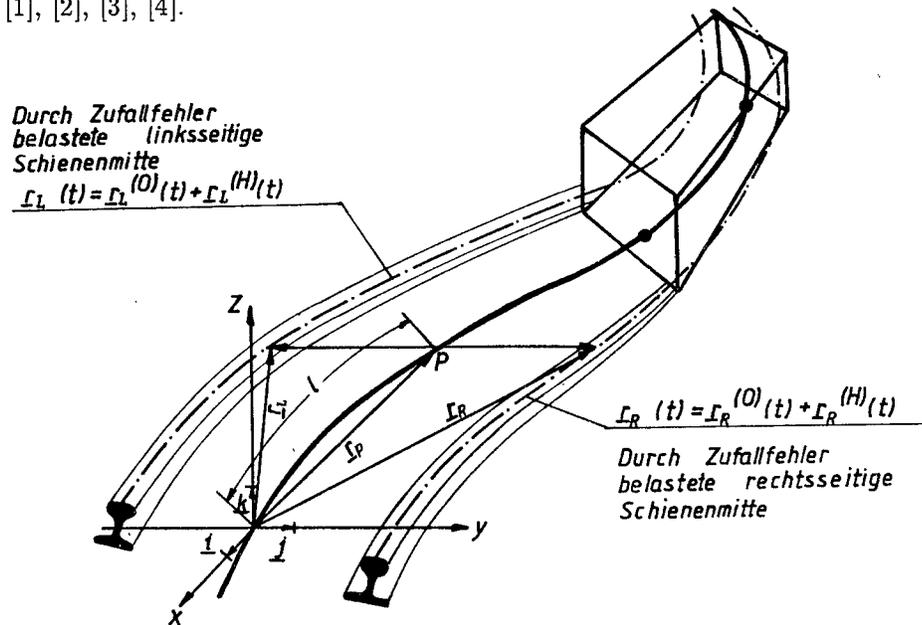


Abb. 1. Beschreibung der links- und rechtsseitigen Schienenmitte

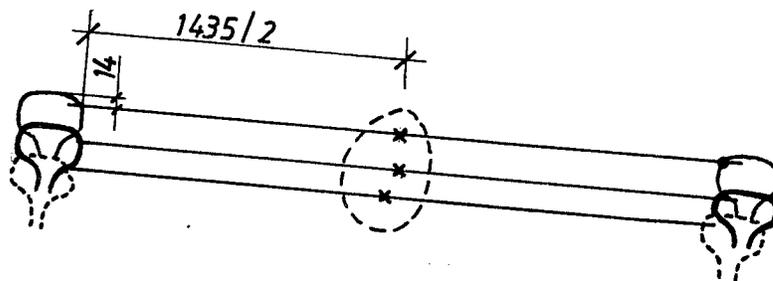


Abb. 2. Die querschnittlichen Lagen der Achsmitte

Die aus der Untersuchung des idealisierten Falles abgezogenen Folgerungen können von den tatsächlichen und von den durch in der Praxis durchgeführten Messungen unterstützten Ergebnissen erheblich abweichen und zwar infolge der hierunter angeführten Umstände:

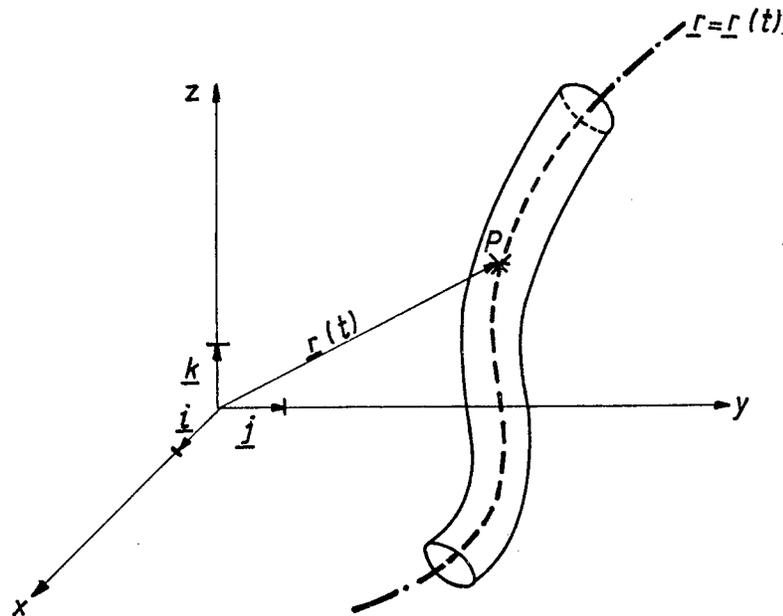


Abb. 3. Die räumlichen Lagen der Achsmittelpunkte

- Eisenbahnen können nur innerhalb bestimmten Maßtoleranzen gebaut werden. Demnach können die Gleise von vornherein Baufehler enthalten, die in Anbetracht der kinematischen Beanspruchungen von grundlegender Bedeutung sind, wie z.B. die in der Gleisebene, Vertikalebene, in der Spurweite und auch die Torsionsfehler in der Gleisebene. (Die mit Verkehrsbewegung nicht unmittelbar verbundenen Maßtoleranzen, wie z.B. die mit der Schienenwanderung, Schienenneigung zusammenhängenden Fehler werden in dieser Abhandlung nicht erörtert.) Im Laufe des Betriebes können sich noch weitere Fehler infolge der Verkehrsbewegungen über die obengenannten hinaus anhäufen.
- Mit der Zeit entfalten sich als Symptome der natürlichen Schienenabnutzungen (von der Zeit und Verkehrsbelastung abhängig) Höhen- bzw. Seitenabnutzungen, die sich in einigen geraden, Kreisbogen- und Übergangsbogen-Abschnitten der Strecke voneinander verschiedenartig in Maß und Verhältnismäßigkeit entwickeln können.
- Die bei der Berechnung der theoretischen Beanspruchung des Gleises, die in der Winklerschen Elastizitätsformel angeführte sog. Bettungsziffer könnte sich sowohl im Raum, als auch mit der Zeit ändern. Deshalb wäre die Anwendung der Formel nur im Falle mathematisch korrekt, wo die Beschreibung der Änderung der Dynamik auf irgendeine Weise behandelbar wäre. Übrigens könnte ein beträchtlicher

Fehler auch bei Anwendung einer sorgfältig festgestellten Bettungsziffer vorkommen, wenn man das Gleis in den Berechnungen der theoretischen Beanspruchung mit welcherart vereinfachtem Modell nähert. Die sog. Fixpunkte, wie z.B. Weichen, Brücken usw. werden hier nicht behandelt, da die wegen deren individuellen Charakters eine individuelle Untersuchung erfordern.

- Abweichend von der idealisierten Bewegung des Eisenbahnfahrzeugs ist die tatsächliche Bewegung der Fahrzeuge infolge der zufälligen Fehler, Inhomogenitäten usw., die sich in beiden Komponenten des Systems "Schiene/Rad" befinden, zufällig, eine zufällige Bewegung kann deshalb nur mit Hilfe von statistischen Methoden beschrieben, bzw. die kinematischen Beanspruchungen berechnet werden. Die im Laufe der von der idealisierten Bewegung abweichenden tatsächlichen Bewegungen können sich die Größen der erregten Kräfte von denen unterscheiden, die in Verbindung mit der idealisierten Bewegung auftreten.

Die fahrzeugdynamische Untersuchung des Gleis/Fahrzeug Systems ist eine schwierige Aufgabe, da dazu auch das komplexe System des Antriebs- und Bremswerke, sowie die Verhältnisse der Massenverteilung usw. in Kauf genommen werden sollten. (Diese Themas sind im Rahmen der vorliegenden Abhandlung nicht behandelt. In dieser Beziehung s. [5], [6]).

Im Folgenden werden die Modellierungsprobleme der verschiedenen, unmittelbar mit den Betriebsbewegungen verbundenen Gleisfehler behandelt, auf Grund der Modellierung derselben (nach der Ansicht des Beschleunigungsvektors \bar{a} und des Bewegungskennwertes dritter Ordnung \bar{h}) befassen wir uns mit den Folgerungen, die von denselben gezogen werden können. Diese Modellierungsprobleme ähneln in vielen Betrachtungen der Modellierung von dynamischen Beanspruchungen der Nutzfahrzeuge (s. [7], [8]).

Infolge des Charakters und der großen Menge der vorkommenden Fehler (abgesehen davon, wenn sie individuell vorkommen) kann die Modellierung nur auf Grund der Theorie und der Methoden der stochastischen mathematischen Statistik durchgeführt werden. Dementsprechend werden die links- und rechtsliegenden Schienenmitten sowie die im weiteren detaillierten Fehler beschreibenden Funktionen als Realisation eines (mehrdimensionalen) stochastischen Vorgangs angenommen, und die Aufdeckungen der statistischen Gesetzmäßigkeiten und die Untersuchung der Zusammenhänge mit den kinematischen Beanspruchungen gegeben.

2. Modellierung der mit zufälligen Fehlern belästigten Gleise

Im allgemeinen berücksichtigt man in der Berechnung der theoretischen kinematischen Beanspruchungen des Gleises weder die stochastische Bewegung der Zug- und gezogenen Fahrzeuge noch den Umstand, daß der

Schienenweg infolge des natürlichen Gebrauchs Abnutzungen leidet, weiters daß derselbe waagerechte und vertikale Fehler z.B. Spurweitenfehler oder Ebenenverdrehung enthält und infolge der Fahrzeugsbelastungen elastische und plastische Verformungen erleiden kann. Infolgedessen können die gerechneten Beanspruchungswerte von den tatsächlichen wesentlich unterscheiden.

2.1. Charakterisierung der Fehler

2.1.1. Beschreibung der mit zufälligem Fehler belasteten links- und rechtsseitigen Schienenmitten

Die auf den Oberflächen der links- und der rechtsseitigen Schienköpfe definierten Schienenmitten sind (s. *Abb. 1*) als parametrischen Raumkurven dargestellt. Ausgegangen davon können – mit Berücksichtigung der im weiteren zu definierenden Abnutzungen der Schienenköpfe und der Neigungswinkelfehler der Schienen – irgendwelche, auf dem Schienenkopf befindliche Raumkurven, die im Laufe der praktischen Berechnungen vorkommen können, durch die folgenden Formeln gegeben werden:

$$r_L(t) = r_L^{(0)}(t) + r_L^{(H)}(t), \quad t \geq 0, \quad (2)$$

$$r_R(t) = r_R^{(0)}(t) + r_R^{(H)}(t), \quad t \geq 0, \quad (3)$$

Hierin ist t ein Skalarparameter (im allgemeinen die Zeit) und die Komponenten $r_L^{(0)}(t)$ und $r_R^{(0)}(t)$ bezeichnen die idealisierten (geplanten) Schienenmitten in der Abhängigkeit vom Parameter t , während die Komponenten $r_L^{(H)}(t)$ und $r_R^{(H)}(t)$ die Abweichungen davon präsentieren. Die letzteren (sich zufällig entwickelnden) addizierten Glieder entstehen teils davon, daß bei den Gleisherstellungsarbeiten ein idealisierter Zustand des Gleises vollständig nicht erreicht werden kann (das gilt auch für die verschiedenen Baustoffe, deren Festigkeits-Eigenschaften von den vorschriftlichen abweichen), teils davon, daß mit der Zeit der den Beanspruchungen von verschiedenen Größen und Zeitdauern ausgesetzte Schienenweg nicht nur elastische sondern auch bleibende Formänderungen leidet z.B. infolge der bei den Oberbauregelungs-Arbeiten eintretenden Abweichungen.

Die in der Beschreibung der Schienenmitten angeführten Fehlglieder $r_L^{(H)}(t)$ und $r_R^{(H)}(t)$ können den in der Gleis- bzw. in der vertikalen Ebene befindlichen Fehlern entsprechend auf weitere Komponenten zerlegt werden. Die auf die linke bzw. rechte Seite bezogene Zerlegung sollte wie folgt aufgeschrieben werden:

$$r_L^{(H)}(t) = r_L^{(ph)}(t) + r_L^{(fh)}(t), \quad (4)$$

$$r_R^{(H)}(t) = r_R^{(ph)}(t) + r_R^{(fh)}(t), \quad (5)$$

worin die auf den rechten Seiten befindlichen Formelglieder sinngemäß die sich auf die linken und rechten Seiten beziehenden und den oberen Indizes entsprechenden, in Gleisebene (ph) bzw. in der Vertikalebene befindlichen Fehler (fh) in Abhängigkeit vom Parameter t bedeuten.

Sowohl die in der Gleisebene als auch in der Vertikalebene befindlichen Fehler (gleicherweise auf der rechten und der linken Seite) sollten weiters auf einen zufälligen "Geräuschvorgang" und eine von demselben (statistisch) unabhängige Komponente zerlegt werden, die den nacheinander in zufälligen Zeitpunkten vorkommenden, zufällige Größen und Amplituden besitzenden "Extremfehler" wie folgt ($t \geq 0$) beschreibt:

$$r_L^{(ph)}(t) = \underline{x}_L^{(ph)}(t) + \underline{y}_L^{(ph)}(t), \quad r_L^{(fh)}(t) = \underline{x}_L^{(fh)}(t) + \underline{y}_L^{(fh)}(t), \quad (6)$$

$$r_R^{(ph)}(t) = \underline{x}_R^{(ph)}(t) + \underline{y}_R^{(ph)}(t), \quad r_R^{(fh)}(t) = \underline{x}_R^{(fh)}(t) + \underline{y}_R^{(fh)}(t). \quad (7)$$

So erhält man in der Gleisebene bzw. Vertikalebene die entsprechenden Fehlervorgänge als die Superposition zweier voneinander unabhängigen Fehlervorgänge. Es ist zu bemerken, daß aus dem Gesichtspunkt der maßgebenden Fehler betrachtet, die extremen Fehler eine determinierende Rolle besitzen und die Fehlerfunktionen, die die zufälligen "Extremfehler" mit zufälligen Größen und Amplituden beschreiben, aus den im weiteren zu definierenden Funktionsklassen stammen.

Es ist selbstverständlich, daß sowohl die Berechtigung der Zerlegung als auch die Rolle der Extremfehler in der Zukunft auf Grund von konkreten statistischen Registrierungen bewiesen werden sollen.

2.1.2. Ebenverdrehungsfehler

Der Ebenverdrehungsfehler kann (auf eine abstrakte Weise) folgendermaßen ausgelegt werden:

Betrachtet man bei einer festgelegten Einheitsgeschwindigkeit die durch Formeln (2) und (3) definierten links- bzw. rechtsseitigen Schienenmitten:

$$r_L(t), \quad r_R(t), \quad T \geq 0.$$

Bei einem gegebenen Wert des Parameters t wird die zu einem Maßfehler Δl gehörige Unebenheit als das Verhältnis des Abstands zwischen der durch die Punkte $r_L(t)$, $r_R(t)$ und $r_L(t')$ gespannten Ebene und dem Punkt $r_L(t')$ zu der Maßfehlerlänge Δl interpretiert, wo der zum Punkt t gehörige Punkt t' ($t' > t$) so definiert wird, daß die Gleichheit $[r_L(t) - r_L(t')] = \Delta l$ erfüllt wird.

Es ist selbstverständlich, daß in dem idealisierten Fall auf geraden Strecken und in Kreisbögen, wenn die durch die Kurve $[r_L^{(0)}(t), r_R^{(0)}(t)]$

definierte Strecke keine zu dem gegebenen Punkt t gehörige Unebenheit enthält, die Ebenheitsfehler nur aus den Fehlern $[r_L^{(H)}(t), r_R^{(H)}(t)]$ stammen können.

2.1.3. Schienenneigungsfehler

Beim Gleisbau werden die Schienen im allgemeinen mit einem Neigungswinkel 1:20 oder 1:40 gegen die Gleisachse (in Sonderfällen ohne Neigungswinkel) verlegt. Abweichungen von den genannten Werten nennt man Neigungswinkel.

2.1.4. Aus Abnutzungen entstehende Fehler

Außer den oben genannten Fehlern müssen unbedingt auch die sich während des Betriebs entwickelnden Abminderungen des Schienenprofils berücksichtigt werden, die aus der Höhen- und Seitenabnutzungen stammen. Die Abnutzung ist eigentlich eine verwickelte Flächenumwandlung, die jedoch mit Hilfe der nachfolgenden Kennwerte in Abhängigkeit vom Parameter t beschrieben werden kann.

$$k_L(t) = [k_L^{(mk)}(t), k_L^{(ok)}(t)] , \quad (8)$$

$$k_R(t) = [k_R^{(mk)}(t), k_R^{(ok)}(t)] . \quad (9)$$

In diesen Vektoren weisen die Indexe (mk) und (ok) auf die die Höhen- bzw. Seitenabnutzung beschreibenden Komponenten hin.

2.1.5. Der Spurfehler

Dieser Fehler bedeutet die Abweichung des tatsächlich gemessenen Wertes vom vorschiftlichen Wert.

Es ist zu bemerken, daß der Spurfehler von den Beziehungen (2) – (9) für beide Schienenstränge schon ermittelt werden kann.

2.1.6. Achsenmittfehlern

Bei bestimmten Untersuchungen kann die Längsachsenlage von Wichtigkeit sein, darum sollte dieselbe als eine Raumkurve $T(t)$, $t \geq 0$, bzw. die Abweichung derselben von der idealen Achslage gegeben werden. Jedoch ist es

selbstverständlich, daß die die linke- und rechte Schienenmitten beschreibenden Raumkurven $r_L(t)$, $r_R(t)$ beisammen mit den Schienenneigungs- und Schienenabnutzungs-Fehlern auch die Achsenmitte eindeutig bestimmen und davon $T(t)$ (somit auch der Achsenmitte-Fehler) explizite aufgeschrieben werden können.

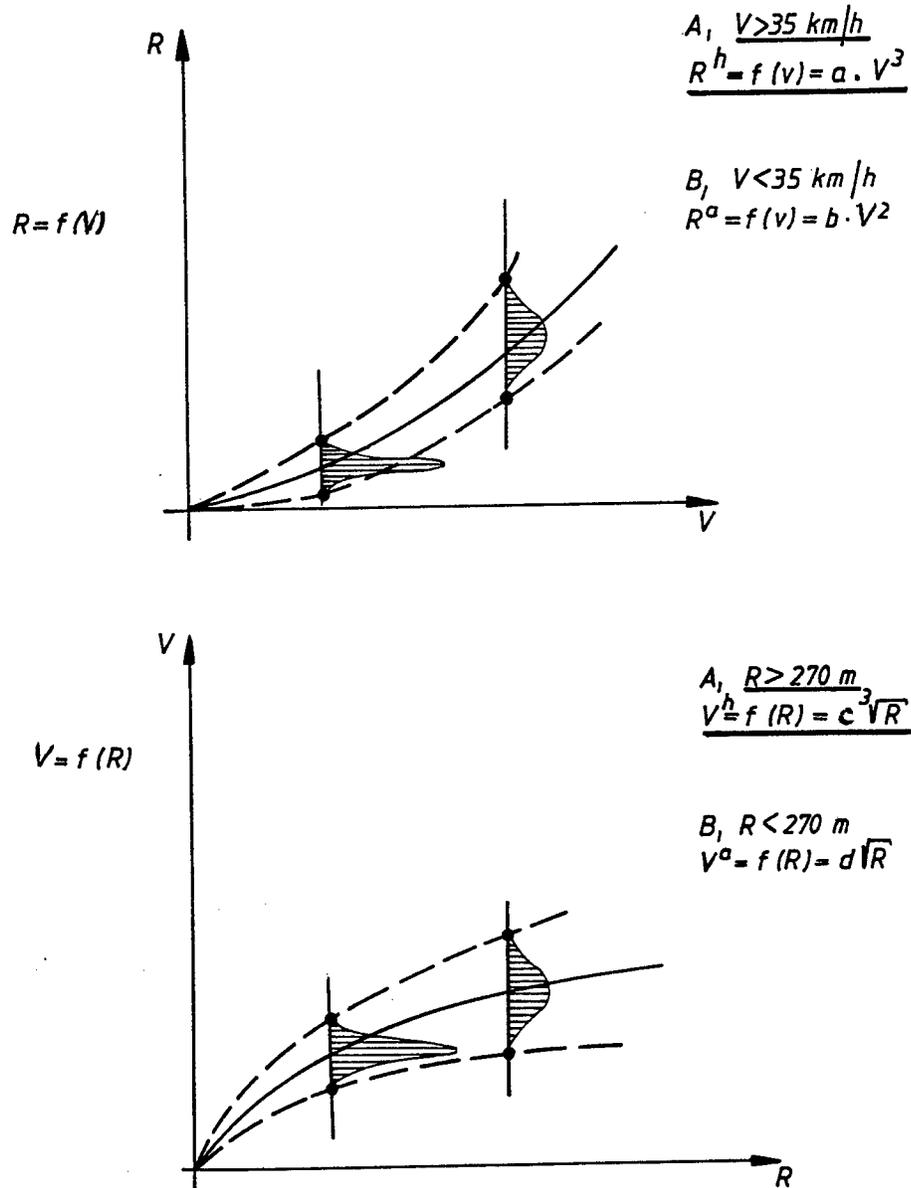


Abb. 4. Verteilung der Beanspruchung; Häufigkeitskurve

Wenn man die möglichen Lagen der Achsenmitte bei einem gegebenen Querschnitt in dem dynamischen System Schiene/Rad betrachtet, die als Resultate von verschiedenen zufälligen Wirkungen zustande kommen können (welches eigentlich vom Gesichtspunkt des Fahrwerks betrachtet durch die Geschwindigkeit und durch die Belastung entschieden wird), so erhält man im gegebenen Querschnitt eine Form (*Abb. 2*) bzw. ihr röhrenartiges Äquivalent (*Abb. 1, Abb. 3*), das sich in Abhängigkeit von dem Parameter t ändert und das sich in einem engeren Zusammenhang mit der kinematischen Beanspruchung befindet. Die Untersuchung dessen kann viele Probleme beantworten, die mit der Beanspruchung des Schienenwegs in Verbindung sind.

Im gegebenen Querschnitt kann die Verteilung der Beanspruchung wie oben dargestellt untersucht werden. Die dazu gehörige Häufigkeitskurve (mit gegebener Belastung in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit) ist in *Abb. 4* dargestellt.

2.2. Die wichtigsten Gruppierungen der Eisenbahnstrecken nach der Häufigkeit der verschiedenartigen Gleisfehler

- a) • Gleisbauart:
 - lückenloses Gleis
 - Langschiengleis
- Bahnhofsgleise:
 - Ankunftsgleise
 - Durchfahringleise
 - andere Ankunftsgleise
 - Bahnhofsnebeningleise
- Festpunkte (Weichen, Wegübergänge u.a.)
- b) Schwellentypen:
 - Betonschwellen
 - Holzschwellen
- c) Schienen:
 - 48 (kg/m)
 - 54 (kg/m)
 - 60 (kg/m)
- d) Neigungswinkel:
 - lotrecht verlegene Schienen
 - 1:20
 - 1:40
- e) Nach geometrischer Gruppierung:
 - konstante Krümmung:
 - gerade Strecke
 - Kreisbogenstrecke
 - veränderliche Krümmung:
 - Übergangsbogen
- f) Traktion:
 - elektrisch
 - Diesel
 - gemischt

Im weiteren, wenn man von der Gruppierung a) ...f) eine Gruppe auswählt, nennt man den Abschnitt, der die festgelegten Bedingungen er-

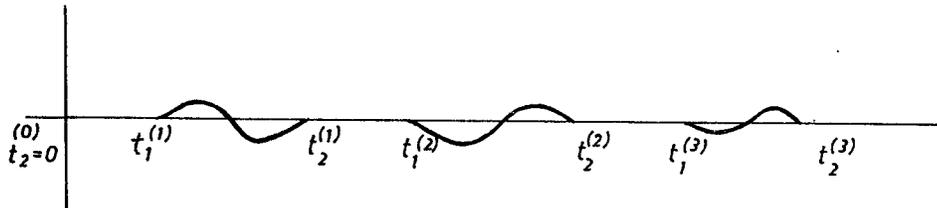


Abb. 5. Anschließende Fehlerabschnitte

füllt, homogen.

Da in der kinematischen Beanspruchung die einzelnen Gruppen bzw. Fälle nicht mit demselben Gewicht eine Rolle spielen, sogar einige im Vergleich mit der Einwirkung der anderen auch vernachlässigt werden können (z.B. die aus dem Neigungsfehler der Schienen entstehende Beanspruchungen unbedeutend sind), weiters, infolge der zahlreichen Nebenwirkungen ist die Zahl der zu prüfenden homogenen Fälle außerordentlich groß. Deshalb müssen mit Rücksicht auf die weiteren Untersuchungen diejenigen Fälle ausgewählt werden, die aus dem praktischen Gesichtspunkt die größte Bedeutung besitzen.

2.3. Beschreibung der Fehlerformen

Die Form des in der Gleisebene und in der Vertikalebene befindlichen "Extremfehlers".

Bei der Untersuchung der bewegungsgeometrischen Maßtoleranzen des Eisenbahngleises können die Formfunktionen der in der Gleisebene und in der Vertikalebene befindlichen Fehler aus den mit trigonometrischen (Cosinus) bzw. mit Polynomen beschreibbaren Funktionsklassen ausgewählt werden ([1] pp. 187 bis 189.).

Die mit den trigonometrischen Funktionen beschreibbaren Fehlerfunktionen (in den bezüglichen Lokalkoordinaten-Systemen) werden aus den folgenden Funktionsklassen ausgewählt - worin die unteren Indexe I und E den auf dem Kreisbogen - bzw. auf der geraden Strecke vorkommenden Fehlerfunktionen

$$G_I = \{g_I(x; \underline{p})\} \quad \text{bzw.} \quad G_E = \{g_E(x; \underline{p})\}$$

entsprechen, wo neben dem Parametervektor $\underline{p} = (p_1, p_2)$ die $f|p_1|$ die Halbamplitude und $l = p_2$ die Wellenlänge bezeichnen. Die Halbamplitude f ist nämlich nach dem üblichen Bezeichnungssystem eine Zahl ohne Vorzeichen, deswegen ist das Vorzeichen der Zahl p_1 in dieser Rücksicht maßgebend. Die zu den Funktionsklassen G_I bzw. G_E gehörigen Funktionen können wie

folgt definiert werden:

$$G_I(x; p) = p_1 \left[1 - \cos \frac{2\pi}{p_2} x \right], \quad \text{wenn } 0 \leq x \leq 2\pi \text{ bzw.}$$

$$G_E(x; p) = \begin{cases} 2p_1 \left[1 - \cos \frac{3\pi}{p_2} \right], & \text{wenn } 0 \leq x \leq \frac{p_2}{3}, \\ -p_1 \cos \frac{3\pi}{p_2}, & \text{wenn } \frac{p_2}{3} \leq x \leq \frac{2p_2}{3}, \\ -2p_1 \left[1 - \cos \frac{3\pi}{p_2} (p_2 - x) \right], & \text{wenn } \frac{2p_2}{3} \leq x \leq \frac{3p_2}{3} = p_2. \end{cases}$$

Aus diesen zwei Funktionsklassen können die entsprechenden Fehlerfunktionen für die Praxis befriedigend ausgewählt werden. Jedoch ist es klar, daß diese Funktionsklassen für eine ausführlichere Untersuchung erweitert werden können, wo die Fehlerfunktionen eine weitaus kompliziertere und nur mit mehreren Parametern beschreibbare Mannigfaltigkeit erzeugen.

2.3.1. Höhen- und Seitenabnutzung

Das Maß der Höhen- und Seitenabnutzung der Schiene wird außer der Zugbelastung und der Geschwindigkeit am meisten durch die geometrische Linienführung beeinflußt. Infolge irgendeines Materialfehlers können zwar auch große und zufällig angeordnete Extremfehler vorkommen, jedoch sie mit Rücksicht auf ihre Eigenartigkeit eine besondere Untersuchung erfordern.

a) Auf geraden Strecken ist die Seitenabnutzung praktisch Null, da für diese Abschnitte angenommen werden kann, daß sich die Identität

$$K_L^{(ok)}(t) = K_R^{(ok)}(t) = 0$$

erfüllt (der instabile Lauf der Fahrzeugräder kann zwar etwaige Seitenabnutzung hervorrufen, die ist aber unbedeutend). Die Höhenabnutzung kann auf homogenen Streckenabschnitten als konstant gelten (abgesehen von den aus Materialfehler entstehenden "Extremabnutzungen"), die von der Verkehrsintensität und von der Verteilung der Belastung abhängt.

b) Auf der geraden-, Kreisbogen- und Übergangsbogen-Streckenabschnitten entwickelt sich die Höhenabnutzung gleichermaßen in der Abhängigkeit von der Belastung und der Verkehrsintensität, jedoch im wesentlichen unabhängig von der Geschwindigkeit der Fahrzeuge.

c) In Kreis- und in Übergangsbogen liegenden Gleisabschnitten verläuft die Seitenabnutzung der Schienen in Abhängigkeit von der geometrischen Linienführung sowie von der Fahrgeschwindigkeit der Fahrzeuge bzw. der Belastung und der Verkehrsintensität; jeder von diesen Faktoren steht in

enger Beziehung zu der Größe der durch die Zentrifugal-Beschleunigung hervorgerufenen Kraft. Demgemäß erhöht sich (auch durch Messungen beweisbar) die Seitenabnutzung der Schienen progressiv zu der Krümmungsgröße.

2.4. Modellierungsprobleme der zufälligen Fehler

Die Raumkurven $r_L(t)$ und $r_R(t)$, die die linken bzw. rechten Schienenmitten für irgendwelchen unbelasteten Streckenabschnitt beschreiben, können prinzipiell mit Hilfe von optischen Messungen mit einer gewünschten Genauigkeit bestimmt werden, deshalb sind auch ihre Abweichungen von der idealisierten Raumkurve (d.h. die Fehler) abmeßbar.

Da dieses Meßverfahren für einen längeren Streckenabschnitt in der Praxis unbrauchbar ist, kann man sich nur auf bei gewisser Belastung ausgeführte mechanisierte Meßverfahren stützen. Der wichtigste Mangel dieser letzteren steht darin, daß sie nicht die tatsächlichen Links- und Rechtschienenmitten beschreiben, sondern irgendwelche von dem Meßgerät abhängige Raumkurven darstellen:

$$\underline{R}_L(t) = \underline{R}_L^{(0)}(t) + \underline{R}_L^{(H)}(t), \quad t \geq 0, \quad (10)$$

$$\underline{R}_R(t) = \underline{R}_R^{(0)}(t) + \underline{R}_R^{(H)}(t), \quad t \geq 0. \quad (11)$$

Woraus folgt, daß wenn man auf Grund der Meßergebnisse eine statistische Analyse ausführt, dann soll man in Rücksicht nehmen, daß für die Prüfungen nicht die im Betrieb belasteten Schienenmitten $r_L(t)$ und $r_R(t)$, sondern durch die Abbildung modifizierte Werte für die weitere Arbeit zur Verfügung stehen, wo die Abbildung auch die mit der Übertragung verbundenen Auswirkungen einschließt. Diese modifizierte Trajektorien können wie folgt abgeschrieben werden:

$$\underline{R}_L(t) = \Psi[r_L(t)] \quad \text{und} \quad \underline{R}_R(t) = \Psi[r_R(t)].$$

Das bedeutet auch zum Beispiel, daß die gemessenen "Extremfehlerfunktionen" nicht aus den Funktionsklassen G_I und G_E , sondern aus den dem Meßsystem korrespondierenden Funktionsklassen G_I^* und G_E^* herrühren.

Mit Rücksicht auf diesen Umstand können die folgenden Aufgaben konzipiert werden:

- Ermittlung der Abbildung für die annähernde Beschreibung der Übertragungseigenschaften des gegebenen Systems,
- Beschreibung der aus den Funktionsklassen G_I und G_E durch Abbildung erhaltenen Funktionsklassen G_I^* und G_E^* ,
- Durchführung der Auflösung (10) ... (11) der auf die Schienenmitten bezüglich registrierten Angaben $\{\underline{R}_L(t), \underline{R}_R(t)\}, \quad 0 \leq t \leq T\}$,

- Statistische Modellierung des zufälligen Geräuschverlaufs und des "Extremfehlerverlaufs"; Modellidentifizierung,
- Untersuchung der maßgebenden Beanspruchungen (als Wahrscheinlichkeits-Variable) auf Grund der aufgebauten Modelle.

Die Untersuchung – ersichtlich auch aus den dargestellten Aufgaben – ist ziemlich verwickelt. Nicht nur die Identifizierung der "Extremfehler" ist mit Schwierigkeiten verbunden (z.B. Ermittlung der Anfangs- und Endpunkte der Krümmungen, Bestimmung einiger Parameter, Probleme der Algorithmisierung), die Lösung der Aufgaben ist auch dadurch verwickelt, daß das Vorkommen der Fehler in den linken und rechten Schienensträngen nicht als voneinander völlig unabhängig angesehen werden kann, die Spurweite nur innerhalb von gewissen vorgeschriebenen Grenzen ändern darf und u.a. durch die Gleisbautechnik und die Schienenbefestigungsanlagen bestimmt ist. Daneben ist es aus den registrierten Meßergebnissen zu bemerken (welches später mit Hilfe von statistischen Methoden zu beweisen ist), daß zwischen den auf der linken und rechten Seiten vorkommenden "Extremfehlern" ein enger Zusammenhang existieren kann. Demnach ist es nicht genügend, die links- und rechtsseitigen Fehler abgesondert zu analysieren, es sollte auch das gemeinsame, gleichzeitige Vorkommen geprüft werden. Anscheinend kann man für die praktischen Berechnungen voraussetzen, daß die in beiden Schienensträngen ablaufenden Geräuschvorgänge voneinander unabhängig sind, während zwischen den "extremen" Fehlergängen (besonders im Falle der in der vertikalen Ebene ablaufenden Fehler) der Zusammenhang eng ist.

Die Probleme der hier dargestellten Aufgaben werden in einer später zu publizierenden Abhandlung des Verfassers erörtert.

3. Folgerungen und Anwendungsmöglichkeiten

Im folgenden wird die praktische Anwendung der bisher gewonnenen Ergebnisse veranschaulicht. Die Aufgabe ist: Herstellung einer annähernden Methode zur Abschätzung der maßgebenden Beanspruchungsverteilung auf einer mit zufälligem Fehler belasteten Eisenbahnstrecke.

Betrachten wir eine gegebene homogene Eisenbahnstrecke und prüfen wir die auf diese Strecke bezügliche und von zufälligem Fehler verursachte maßgebende Beanspruchung mit Anwendung der Erneuerungstheorie.

(Der Einfachheit halber prüfen wir einen geraden Streckenabschnitt und nehmen die nur in der vertikalen Ebene wirkende kinematische Beanspruchung in Rücksicht; die Methode eignet sich jedoch auch für verwickelte Aufgaben; dies bedeutet in bezug auf die "Extremfehler", daß dieselben aus der Funktionsklasse G_E ausgewählt werden sollen.)

Im folgenden stellen wir die Voraussetzungen auf:

Man nimmt an, daß die von den zufälligen Fehlern entstandenen Beanspruchungen grundsätzlich durch die extremen Fehler bestimmt werden (d.h. daß in Übereinstimmung mit dem Obigen, die erwähnten additionierten "Geräuschvorgänge" die maßgebende Beanspruchung nur unbedeutend beeinflussen). Der Einfachheit halber setzen wir voraus, daß derselbe Fehler auf den linken und rechten Schienenmitten vorkommt. Man setzt auch voraus, daß im Falle von den aufeinander folgenden Fehlerabschnitten

$$\left[t_1^{(1)}, t_2^{(1)} \right], \quad \left[t_1^{(2)}, t_2^{(2)} \right], \dots, \left[t_1^{(n)}, t_2^{(n)} \right], \dots$$

(s. Abb. 5) für die Wellenlängenfolge $l_i = t_2^{(i)} - t_1^{(i)}$ bzw. Halbamplitudenfolge f_i die Reihe der Wahrscheinlichkeits-Vektorenvariablen (l_i, f_i) , $i = 1, 2, \dots$ ($t_2 = 0$), mit der unabhängigen, gemeinsamen Verteilungsfunktion gleicher Verteilung $G_{l,f}(x, y)$ und die davon unabhängige, aufeinander folgende, keine Extremfehler enthaltende Reihe $t^{(i)} = t_1^{(i)} - t_2^{(i-1)}$, $i = 1, 2, \dots$ ($t_2^{(0)} = 0$) auch eine unabhängige Reihe gleicher Verteilung mit irgendeiner Verteilungsfunktion $F_0(x)$ bilden.

Im Falle von einer zum Parameter l, f gehörigen Fehlerfunktion in der Funktionsklasse G_E kann die maßgebende Beanspruchung in Abhängigkeit von den Parametern l und f berechnet (s. [1]) und für die weiteren Untersuchungen mit $\varphi(l, f)$ bezeichnet werden. Hier versteht man unter $\varphi(l, f)$ den Absolutwert der Beanspruchung, der, infolge unserer Voraussetzungen, in bezug auf die zur Funktionsklasse G_E gehörigen Funktionen von dem Vorzeichen des Parameters p_1 nicht, sondern nur von dem Absolutwert $|p_1| = f$ abhängt. Betrachtet man einen ausgewählten Fehlerabschnitt, so wird die maßgebende Beanspruchung eine von den anderen unabhängige Zufallsgröße, deren Verteilungsfunktion in Kenntnis der Verteilungsfunktionen $F_{l,f}$ der Parameter sogleich aufgeschrieben werden kann:

$$Q(z) = \int_{R^2} I(\varphi(x, y) < z) dF_{l,f}(x, y), \quad (12)$$

worin I die Indikatorfunktion bedeutet.

$F(x)$ soll die Verteilungsfunktion der Länge des Zufallintervalls (Zufallszyklus) bezeichnen, das aus einem keinen "Extremfehler" enthaltenden Abschnitt und aus dem darauffolgenden Fehlerabschnitt besteht (es ist das Konvolut der Verteilungsfunktionen F_0 und $F_l(x) = \int_R F_{l,r}(x, y) dy$). Führt

man für die Momente die Bezeichnungen $\mu_i = \int_R x^i dF(x)$, $i = 1, 2, 3$ ($\mu = \mu_1$)

und für die Varianz die Bezeichnung $\sigma^2 = \mu_2 - \mu^2$ ein, weiters wenn $N(T)$ die Zahl der Zyklen bezeichnet, auf dem Abschnitt $(0, T)$ so gilt nach dem aus der Erneuerungstheorie bekannten Smithschen Satz für den Mittelwert

bzw. Varianz (s. [9]):

$$E[N(T)] - \frac{T}{\mu} \rightarrow \frac{\mu_2}{2\mu^2} - 1, \quad T \rightarrow \infty, \quad \text{bzw.}$$

$$D^2[N(T)] - \frac{\sigma^2}{\mu^3} T \rightarrow \left[\frac{5\mu_2^2}{4\mu^2} - \frac{2\mu_3}{4\mu^4} - \frac{\mu_2}{2\mu^2} \right], \quad T \rightarrow \infty.$$

Hier ist zu bemerken, daß infolge der Unabhängigkeit von l_j und f_j die Momente μ_i auch mit den ersten i Momenten von l_j und f_j ausgedrückt werden können. Z.B. ist es leichtverständlich, daß $\mu = El_1 + Ef_1$ und $\sigma^2 = D^2[l_1] + D^2[f_1]$.

In diesem Fall gilt auch das folgende Grenzverteilungsgesetz mit den eingeführten Bezeichnungen außer dem Smithschen Satz für die Zykluszahl $N(T)$

$$P \left[N(T) \geq \frac{T}{\mu} - \frac{x\sigma}{\mu^{3/2}} T^{1/2} \right] \rightarrow \Phi(x) = (2\pi)^{-1/2} \int_{-\infty}^x e^{-z^2/2} dz, \quad T \rightarrow \infty.$$

(In bezug auf das Restglied gab EGLUND [10] Abschätzung durch eine normale Verteilungs-Annäherungsmethode.)

Auf Grund der vorhergehenden Zusammenhänge kann man (wenn T genügend groß ist) schon einfach zur Abschätzung der Verteilungsfunktion der maßgebenden Beanspruchung auf einer Strecke von T -Länge wie folgt gelangen: Im Falle von einem beliebigen Wert $0 < q < 1$ bezeichnet x_q den Wert, für welchen $\Phi(x_q) = q$ gültig ist (d.h. x_q bedeutet die Quantität von q -Ordnung der standard Normal-Verteilung) und man legt eine beliebig kleine q -Größe ($0 < q < 1$) fest.

Infolge der festgelegten natürlichen Zahl \underline{n} weiters wegen der Unabhängigkeit der (l_i, f_i) , $i \geq 1$ Wahrscheinlichkeits-Vektorveränderlichen sowie des Zusammenhangs (12) ist es wahr, daß

$$P \left[\max_{1 \leq i \leq \underline{n}} \varphi(l_i, f_i) < x \right] \leq \{p[\varphi(l_i, f_i) < x]\}^{\underline{n}} = \{Q(x)\}^{\underline{n}}$$

demnach kann man für die maßgebende Beanspruchung die folgende obere Abschätzung geben:

$$\begin{aligned} & P \left[\max_{1 \leq i \leq N(T)} \varphi(l_i, f_i) < x \right] \\ & \leq P \left[\max_{1 \leq i \leq N(T)} \varphi(l_i, f_i) < x, N(T) \geq \frac{T}{\mu} - \frac{x_q \sigma}{\mu^{3/2}} T^{1/2} \right] + \end{aligned}$$

$$+P \left[\max_{1 \leq i \leq N(T)} \varphi(l_i, f_i) < x, N(T) < \frac{T}{\mu} - \frac{x_q \sigma}{\mu^{3/2}} T^{1/2} \right] \leq \{Q(x)\}^{n(T, q)} + q,$$

worin $n(T, q)$ den ganzzahligen Teil der Größe $\frac{T}{\mu} - \frac{x_q \sigma}{\mu^{3/2}} T^{1/2}$ bedeutet. Davon kann man schon in Kenntnis der Verteilungsfunktion $Q(x)$ zu einem beliebig ausgewählten Zuverlässigkeitsniveau $1 - p$ solch ein Beanspruchungsniveau und einen von p abhängigen Wert q bestimmen, daß auf dem Streckenabschnitt T die maßgebende Beanspruchung auf dem Zuverlässigkeitsniveau $1 - p$ niedriger als z_p sei, wo schon der Zusammenhang

$$P \left[\max_{1 \leq i \leq N(T)} \varphi(l_i, f_i) < z_p \right] \leq 1 - p$$

gültig ist.

Betrachtet man die Aufgabe aus praktischem Gesichtspunkt, trotz den im vorhergehenden behandelten Vereinfachungen sind natürlich mehrere Näherungen durchführbar. Jedoch beschränken wir uns auf die uns zur Verfügung stehenden Messungsmöglichkeiten zur Ermittlung der kinematischen Beanspruchung, demzufolge können wir dieselbe nur in indirekten Wegen durchführen. Jedoch kann die vorgeführte indirekte Schätzung in der Praxis angewandt werden, wenn die Angaben für die Verteilung der maßgebenden Beanspruchung auf den Extremfehler-Abschnitten $\varphi(l_i, f_i)$ sowie die entsprechenden Momente der Zykluslängen zur Verfügung stehen. Die Lösung der Aufgabe kann statistisch solcherweise angenähert werden, daß man auf Grund von konkreten Registrierungen die nacheinander folgenden (Zufall-) Zykluslängen

$$\tau_j = t_2^{(j)} - t_2^{(j-1)}, \quad j = 1, 2, \dots, N(T)$$

und die \bar{l}_j und \bar{f}_j (Zufall-) Parameter des zu der Zykluslänge gehörigen "Extrem"-Fehlers ermittelt. Auf Grund der Folge $\tau_j, j = 1, 2, 3, \dots$ können die nötigen i -ten Momente leicht angenähert werden mit Hilfe der empirischen Momente:

$$\bar{\mu}_i = \frac{1}{N(T)} \sum_{j=1}^{N(T)} \tau_j^i, \quad i = 1, 2, \dots$$

während die maßgebenden Beanspruchungen der "Extrem-Fehler" der $Q(x)$ Funktion aus der Folge der Zufallgröße $\varphi(\bar{l}_j, \bar{f}_j) j = 1, 2, \dots, N(T)$ gerechneten empirischen Verteilungsfunktion

$$\bar{Q}_T(x) = \sum_{j=1}^{N(T)} I[\varphi(\bar{l}_j, \bar{f}_j) < x]$$

ermittelt werden können.

Literatur

- [1] MEGYERI, J. (1993): Eisenbahnbewegungsgeometrie, Akadémiai Kiadó, Budapest.
- [2] MEGYERI, J. (1978): Differential-Geometrische Bestimmung kinematischer Bewegungsmerkmale bei Gleisbogen für höhere Geschwindigkeiten, *Archiv für Eisenbahntechnik*, Folge 33. pp. 65–67.
- [3] MEGYERI, J. (1981): Massgebende geometrische Ausbildung von Eisenbahngleisbogen für höhere Geschwindigkeiten, *Archiv für Eisenbahntechnik*, Folge 36. pp. 68–71.
- [4] MEGYERI, J. (1986): Bewegungsgeometrische Untersuchungen der Maßtoleranzen im Eisenbahnoberbau, *Archiv für Eisenbahntechnik*, Folge 41. pp. 65–68.
- [5] ZOBORY, I. (1992): Vasúti vontatójárművek hajtásdinamikája (Antriebsdynamik der Eisenbahnzugfahrzeuge), Doktorenabhandlung, Budapest.
- [6] ZOBORY, I. (1985): Dynamic Processes in the Drive Systems of Railway Traction Vehicles in the Presence of Excitation Caused by Unevennesses in the Track. *Proceedings 9th IAVSD Symposium on the Dynamics of Vehicles on Roads and Tracks*. 1985, Swets and Zeitlinger, Lisse pp. 635–648.
- [7] HORVÁTH, S. – KERESZTES, A. – MICHELBERGER, P. – SZEIDL, L. (1982): Mathematical Model of the Load and Stress Statistics of Vehicle Structures, *Journal of Applied Mathematical Modelling*, Vol. 22, pp. 3–4.
- [8] MICHELBERGER, P. – SZEIDL, L. – KERESZTES, A. (1987): Assessment of Stress Statistics for Commercial Vehicle Frames, *Periodica Polytechnica, Transportation Engineering*, Vol. 15. N 1, pp. 3–14.
- [9] SMITH, W. L. (1958): Renewal Theory and its Remification, *Roy. Stat. Soc. ser. B*, Vol. 20, pp. 243–302.
- [10] EGLUND, G. (1980): Remainder Term Estimate for the Asymptotic Normality of the Number of Renewals, *Scan. J. Statist.*, V. 7, N 1, pp. 197–202.

INFORMATION FOR AUTHORS

Submitting a Manuscript for Publication. Submission of a paper to this journal implies that it represents original work previously not published elsewhere, and that it is not being considered elsewhere for publication. If accepted for publication, the copyright is passed to the publisher: the paper must not be published elsewhere in the same form, in any language, without written consent of the executive editor. The first author will receive 50 free reprints.

Manuscripts should be submitted in English in two copies to the editors' office (see inner front cover). Good office duplicated copies of the text are acceptable.

Periodica Polytechnica is typeset using the TEX program with the AMSTEX macro package. Therefore, authors are encouraged to submit their contribution after acceptance in this form too, or at least the text of the article in a simple ASCII file (e. g. via email or on a floppy diskette, readable on an IBM compatible PC). By this solution most of the typesetting errors can be avoided, and publishing time can be reduced. An AMSTEX style file with a sample TEX source file is also available upon request.

Compilation and Typing of Manuscripts. Contributions should be typed or printed in double spacing (24 pt spacing when using text processors), on A4 paper. One page may contain not more than 10 corrections (prints do not count).

The maximum length of the manuscript is 30 standard pages (25 lines, with 50 characters in a line), including illustrations and tables. When more characters are typed on a page, the allowed page number is reduced accordingly.

When using a text processor, please use a (preferably English) spelling checker before the final printing.

Use one side of the sheet only. Paragraphs are to be indented by 5 spaces and not to be preceded by a blank line.

- A correctly compiled manuscript should contain the following items:
- (1) Title page giving: the suggested running header (max. 50 characters) for the odd typeset pages; the title (short, with subheading if necessary); the name(s) of the author(s); affiliation (institution, firm etc.) of the author(s), in English, with mailing address, telefax and phone numbers and email address; grants, scholarships etc. during the research (in a footnote); an informative abstract of not more than 200 words with 3-5 keywords;
 - (2) Textual part of the contribution with a list of references;
 - (3) A separate sheet listing all figure captions and table headers;
 - (4) Illustrations and tables (please put your name on each sheet), at least one set of illustrations in very good quality for reproduction.

Abstract. A summary or abstract of about 100-200 words should be provided on the title page. This should be readable without reference to the article or to the list of references, and should indicate the scope of the contribution, including the main conclusions and essential original content.

Keywords are to be given for the purpose of data bases and abstracting; avoid too general keywords which provide no help in literature searching.

General rules for the text. Chapters are to be numbered with Arabic numbers in decimal hierarchy.

Wherever possible, mathematical equations should be typewritten, with subscripts and superscripts clearly shown. Metric (SI) units are to be used, other units may be given in parentheses. Equations must be numbered on the right side, in parentheses. Handwritten or rare mathematical, Greek and other symbols should be identified or even explained if necessary in the margin. Letters denoting quantities are to be distinguished by different setting both in the formulae and in the text. Remember the rule that scalar quantities are to be denoted by italics (underline by hand in your manuscript), vectors by lower case bold type letters (underline doubled), and matrices by bold capitals (underline doubled). Dimensions (like cm, Ohm, V etc.) and standard function names (sin, ln, P etc.) are to be typeset in Roman typefaces (not in italics). A few important words may be distinguished by italic setting (underline).

Illustrations and Tables. Graphs, charts and other line illustrations should be drawn neatly in Indian ink, or printed by a laser printer. Computer printouts can only be used if they are of excellent quality. Figures should be submitted in an adequate size for camera-ready pages in size 1.2:1. Suggested line thicknesses: 0.18-0.35-0.4 mm or 0.5-0.7-1.14 pt. Letter sizes: 0.4 mm (10 pt). All figures should be numbered with consecutive Arabic numbers, have descriptive captions, and be referred to in the text. Captions should be self-explanatory, not merely labels. Figures must not contain lengthy texts; use captions instead.

Number tables consecutively with Arabic numbers and give each a descriptive caption at the top. If possible avoid vertical rules in tables. Tables should be preferably submitted in camera-ready form.

The earliest acceptable position of figures and tables is to be indicated in the left margin.

References. In the text references should be made by the author's surname and year of publication in parentheses, e.g. (Earl et al, 1988) or ...was given by Kiss and Small (1986a). Where more than one publication by an author in one year is referred to, the year should be followed by a suffix letter (1986a, 1986b etc.), the same suffix being given in the reference list. For the style of the reference list, which is to be given in alphabetical order, see the examples below for journal articles, conference papers and books.

Earl, J., Kis, I. and Török, I. (1988): Partial Discharge Measurement in Cables. *Periodica Polytechnica Ser. Electrical Engineering*, Vol. 32, No. 4, pp. 133-138.

Kiss, S. and Small, A. B. (1986a): Roundoff Errors in FFT. *Proc. 5th IEEE Symposium on Signal Processing*, Boston (MA), May 3-5, 1986. New York, NY, IEEE Press, CH0092-2875/86, pp. 3.5-3.9.

Kiss, S. and Small, A. B. (1986b): Ellenállások (Resistances). Budapest, Tankönyvkiadó. pp. 533-535. (in Hungarian)

More detailed guidelines for authors, with hints for the preparation of figures and with a sample page, are available from the editors' office (see inner front cover).

CONTENTS

HAVADY, T.: Dynamische Prüfung des Eisenbahnoberbaus im System Fahrbahn-Fahrzeug	3
KORMOS, GY.: Ein neues Modell für die Bestimmungen der geometrischen Maßtoleranzen im Eisenbahnoberbau	15
MEGYERI, J.: Maßgebende Geometrische Ausbildung von Eisenbahngleisbogen für höhere Geschwindigkeiten und bei der Entwicklung von Eisenbahnweichen	25
MEGYERI, J. - SZEIDL, L.: Einige Probleme der Verbindung zwischen einem durch zufälligen Fehler belasteten Punkt oder Abschnitt einer Eisenbahnstrecke und der maßgebenden kinematischen Beanspruchung	47